

## ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΟΧΛΙΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΝΙΚΟΣ Ι. ΚΟΡΩΝΑΚΗΣ<sup>1</sup>,  
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ Ι. ΣΟΦΙΑΝΟΣ<sup>2</sup>

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο παρόν άρθρο διερευνάται η αξιοπιστία της υποστήριξης υπογείων έργων με συστήματα κοχλίωσης. Πιο συγκεκριμένα αναζητούνται οι σχέσεις αλληλεξάρτησης και οι εσωτερικές επιδράσεις μεταξύ των παραμέτρων σχεδιασμού, κατασκευής και εφαρμογής συστημάτων κοχλίωσης. Ο σχεδιασμός και η ανάλυση της δράσης ενός συστήματος κοχλίωσης επί του πετρώματος, βασίζεται εν πολλοίσι στην ιεραρχημένη θεώρηση σειράς παραμέτρων, οι περισσότερες εκ των οποίων συνίστανται ουσιαστικά είτε από υποκειμενικές εκτιμήσεις του μελετητή ή ερευνητή, είτε από πειραματικά δεδομένα του πετρώματος και της κοχλίωσης που συνδέονται αιτιοκρατικά με το πρόβλημα του εκάστοτε σχεδιασμού υποστήριξης. Αναμφίβολα, τα εν λόγω στοιχεία που λαμβάνονται υπ' όψη, αποτελούν πάντοτε το αναγκαίο σύνολο δεδομένων για την διασφάλιση της εγκυρότητας και της ανπικειμενικότητας του σχεδιασμού. Είναι όμως από μόνα τους ικανά να προδιαγράψουν και την ορθότητα των αποτελεσμάτων αυτού, υπό τις ανύποπτα μεταβαλλόμενες και συχνά απρόβλεπτες συνθήκες που επικρατούν και χαρακτηρίζουν τα υπόγεια μεταλλευτικά και τεχνικά έργα; Δεν είναι άλλωστε άγνωστη, σε πολλούς τεχνικούς επιστήμονες, η ει-

κόνα έργων όπου παρά τις ενδελεχείς υπολογιστικές διερευνήσεις κατά τη φάση του σχεδιασμού τους, αυτά υπέστησαν μερική ή ολική αστοχία κατά τη φάση της κατασκευής ή λειτουργίας τους. Η προσπάθεια για τον ακριβή καθορισμό των πραγματικών αίτιων που προκαλούν τέτοιου είδους φαινόμενα αντιμετωπίζει πάντα ιδιαίτερες δυσκολίες, καθώς στις περισσότερες των περιπτώσεων, και ιδίως μετά την αστοχία, είναι αδύνατη η εύρεση της μεταβλητότητας των τιμών των υπεισερχομένων στο πρόβλημα παραμέτρων, και συνεπώς η σύγκριση αυτών με τις επιλεγμένες τιμές του σχεδιασμού. Εξάλλου, η ανάλυση των ενδεχόμενων αιτίων και των συνθηκών αστοχίας ενός τεχνολογικού συστήματος, αναδεικνύεται με την πάροδο του χρόνου ως ένας εκ των πλέον σημαντικών παραγόντων που αφορούν στο σχεδιασμό και στον έλεγχο του συστήματος. Ειδικότερα, στον κλάδο των υπογείων μεταλλευτικών ή τεχνικών έργων, υπό την υφιστάμενη διεθνή οικονομική συγκυρία και τα αντιμετωπίζόμενα επί του παρόντος επιχειρηματικά και επενδυτικά δεδομένα, η καταβολή κάθε προσπάθειας για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας αστοχίας ενός υπό μελέτη συστήματος, αποτελεί θέμα άμεσης προτεραιότητας.

### 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

#### 1.1. Σκοπός της έρευνας

Στο παρόν άρθρο διερευνάται η αξιοπιστία της

<sup>1</sup> Μεταλλειολόγος Μηχανικός ΕΜΠ - Γεωτεχνικός Μελετητής, ΟΜΙΚΡΟΝ ΚΑΠΑ ΜΕΛΕΤΗΤΙΚΗ ΕΠΕ, Λεωφ. Πεντέλης 10, Χαλάνδρι, 15234, [omikappa@otenet.gr](mailto:omikappa@otenet.gr)

<sup>2</sup> Καθηγητής ΕΜΠ, Τμήμα Μηχ. Μεταλλεύων - Μεταλλουργών Μηχ., Πολυτ/πολη Ζωγράφου, [sotianos@metal.ntua.gr](mailto:sotianos@metal.ntua.gr)

πολλών υπογείων έργων, παρατηρούνται συχνά έκδηλες τάσεις υπερεκτίμησης ή υπερδιαστασιολόγησης των συστημάτων υποστήριξης από της πλευράς των μελετητών, που κυρίως αυτολογούνται από τη συχνά παρουσιαζόμενη ασάφεια ορισμένων παραμέτρων, την ανεπαρκή γνώση των πραγματικών τιμών των υπεισερχομένων στο σχεδιασμό φυσικών μεγεθών και την –εν πολλοί δικαιολογημένη– επιθυμία του μελετητή να ευρίσκεται προς την ασφαλή πλευρά (ΟΙΚΟΝΟΜΟΠΟΥΛΟΣ, 1992).

- β) Παρά το σχεδιασμό της υποστήριξης των περισσότερων υπογείων έργων υπό θεώρηση υψηλών τιμών των υιοθετούμενων συντελεστών ασφαλείας, σημειώνονται αρκετά συχνά ποικίλης μορφής αστοχίες των συστημάτων κοχλίωσης ή πτώσεις της οροφής των εκσκαφών, οι οποίες δεν συνοδεύονται πάντοτε από σχετικές προειδοποιητικές ενδείξεις (ΟΙΚΟΝΟΜΟΠΟΥΛΟΣ κ.α., 1991).
- γ) Κατά τη διάρκεια της προχώρησης και γενικότερα της εξέλιξης του υπόγειου μεταλλευτικού ή τεχνικού έργου, αποκτώνται σημαντικές και πολυάριθμες πληροφορίες, διατυπώνονται εκτιμήσεις και ενδεχομένως εκτελούνται μετρήσεις επί πολλών φυσικών μεγεθών που σχετίζονται με την υποστήριξη αυτού, οι οποίες όμως δεν αξιολογούνται πάντοτε ιδιαίτερα, προς επαναθεώρηση των δεδομένων του σχεδιασμού ή –πολύ περισσότερο– προς πρόβλεψη των αναμενόμενων να αντιμετωπιστούν συνθηκών ευστάθειας της εκσκαφής σε συνδυασμό με τη δράση του συστήματος κοχλίωσης (ΚΑΡΙΝΑΣ, 1997).

Συνεπώς, επιβάλλεται η αποτελεσματική και άμεση αντιμετώπιση ουσιαστικών προβλημάτων που αφορούν τόσο στο σχεδιασμό, όσο και στον έλεγχο των συστημάτων κοχλίωσης των υπογείων εκσκαφών. Είναι χαρακτηριστικό το γεγονός ότι οι γνωστές ερευνητικές προσπάθειες στο διεθνή χώρο επί του εν λόγω θέματος, επικεντρώνονται συνήθως, είτε μεμονωμένα στο σύστημα κοχλίωσης, είτε στο προς υποστήριξη πέτρωμα, είτε –στην καλύτερη περίπτωση– στην αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο (GHOSE et al, 1992). Τα κοινά στοιχεία όλων σχεδόν των προσπαθειών εντοπίζονται, αφενός στην αμιγώς αυτοκρατική ανάλυση κατά τη φάση του σχεδιασμού με εντατική χρήση των υπολογιστικών μεθόδων και τεχνικών της μηχανικής των πετρωμάτων, αφετέρου δε στην εκτέλεση συγκεκριμένων δοκιμών και μετρήσεων επί των συνθηκών δράσης

του δοκιμαζόμενου συστήματος κοχλίωσης και του προς υποστήριξη πετρώματος. Με τη σημαντική βοήθεια που παρέχεται από την αξιοποίηση των αποτελεσμάτων αυτών βελτιώνονται αδιαμφισβήτητα οι αρχές του σχεδιασμού της κοχλίωσης, αλλά τα αντιμετωπίζομενα στα υπόγεια έργα εγγενή προβλήματα που προσαναφέρθηκαν παραμένουν δυσεπίλυτα. Εξάλλου, πέραν των όσων αναφέρθησαν, η απαραίτητη προϋπόθεση για περαιτέρω συμπίεση του κατασκευαστικού ή μεταλλευτικού κόστους, οι ιδιαίτερα υψηλές απαιτήσεις ασφαλείας και οι νεώτερες αντιλήψεις περί ολικής ποιότητας και ελέγχου κατά την οργάνωση και διοίκηση των υπογείων μεταλλευτικών και τεχνικών έργων, έχουν πλέον επιβάλλει νέες απαιτήσεις, περιορισμούς και δεδομένα στις σύγχρονες διαδικασίες σχεδιασμού και μελέτης (KUMAR, 1990 & 1993).

Ο σχεδιασμός και η ανάλυση της δράσης ενός συστήματος κοχλίωσης επί του πετρώματος, βασίζεται εν πολλοί στην ιεραρχημένη θεώρηση σειράς παραμέτρων, οι περισσότεροις εκ των οποίων συνίστανται ουσιαστικά είτε από υποκειμενικές εκτιμήσεις του μελετητή ή ερευνητή, είτε από πειραματικά δεδομένα του πετρώματος και της κοχλίωσης που συνδέονται αιτιολογικά με το πρόβλημα του εκάστοτε σχεδιασμού υποστήριξης. Αναμφίβολα, τα εν λόγω στοιχεία που λαμβάνονται υπ' άψη, αποτελούν πάντοτε το αναγκαίο σύνολο δεδομένων για την διασφάλιση της εγκυρότητας και της αντικειμενικότητας του σχεδιασμού. Είναι όμως από μόνα τους ικανά να προδιαγράψουν και την ορθότητα των αποτελεσμάτων αυτού, υπό τις ανύποπτα μεταβαλλόμενες και συχνά απόρθετες συνθήκες που επικρατούν και χαρακτηρίζουν τα υπόγεια μεταλλευτικά και τεχνικά έργα; Δεν είναι άλλωστε άγνωστη, σε πολλούς τεχνικούς επιστήμονες, η εικόνα ύφους όπου παρά τις ενδελεχείς υπολογιστικές διερευνήσεις κατά τη φάση του σχεδιασμού τους, αυτά υπέστησαν μερική ή ολική αστοχία κατά τη φάση της κατασκευής ή λειτουργίας τους. Η προσπάθεια για τον αριθμή καθορισμό των πραγματικών αίτιων που προκαλούν τέτοιους είδους φαινόμενα αντιμετωπίζει πάντα ιδιαίτερες δυσκολίες, καθώς στις περισσότερες των περιπτώσεων, και ιδίως μετά την αστοχία, είναι αδύνατη η εύρεση της μεταβλητότητας των τιμών των υπεισερχομένων στο πρόβλημα παραμέτρων, και συνεπώς η σύγκριση αυτών με τις επιλεγμένες τιμές του σχεδιασμού. Εξάλλου, η ανάλυση των ενδεχόμενων αιτίων και των συνθηκών αστοχίας ενός τεχνολογικού συστήματος, αναδεικνύεται με την πάροδο του χρόνου ως ένας εκ των πλέον σημαντικών παρα-

γόντων που αφορούν στο σχεδιασμό και στον έλεγχο του συστήματος (ΕΗΡΟΚΩΣΤΑΣ, 1985). Ειδικότερα, στον κλάδο των υπογείων μεταλλευτικών ή τεχνικών έργων, υπό την υφιστάμενη διεθνή οικονομική συγκυρία και τα αντιμετωπίζόμενα επί του παρόντος επιχειρηματικά και επενδυτικά δεδομένα, η καταβολή κάθε προσπάθειας για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας αιστοχίας ενός μελετώμενου συστήματος, αποτελεί θέμα άμεσης προτεραιότητας.

## 1.2. Βασικές αρχές της ανάλυσης αξιοποιησίας

Ένας εκ των συνηθέστερων και ευρέως αποδεκτών ορισμών της αξιοποιησίας ενός τεχνικού συστήματος είναι εκείνος που την προσδιορίζει ως τη δεσμευμένη πιθανότητα, με δεδομένο βαθμό εμπιστοσύνης, ότι το σύστημα θα λειτουργήσει ικανοποιητικά (σύμφωνα με τις εκάστοτε προδιαγραφές, χωρίς αιστοχίες και μέσα στα καθορισμένα όρια απόδοσης) σε δοσμένη ηλικία, για καθορισμένο χρονικό διάστημα ή διάρκεια αποστολής, εφ' όσον χρησιμοποιείται με τον τρόπο και για το σκοπό για τον οποίο κατασκευάστηκε, σε καθορισμένο περιβάλλον και με τα αντίστοιχα σε αυτό μεγέθη επιφορτίσεων. Οι πάσης φύσεως αιστοχίες που είναι δυνατόν να σημειωθούν κατά τη λειτουργία ενός τεχνολογικού συστήματος και οι οποίες προκαλούνται από υπαρκτά αίτια, έχουν ως άμεσο επακόλουθο την απουσία της τελειότητας και την αδυναμία επίτευξης της μέγιστης δυνατής αξιοποιησίας. Οποιαδήποτε προσπάθεια για ανάλυση και εκτίμηση της αξιοποιησίας ενός τεχνολογικού συστήματος χαρακτηρίζεται σχεδόν πάντα από σημαντικές δυσκολίες καθώς οφείλει να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά την αρροσδιοριστική πολλών δεδομένων του προβλήματος και την αβεβαιότητα που χαρακτηρίζει τα γεγονότα που είναι ενδεχόμενο να επισυμβούν κατά τη διάρκεια ζωής του συστήματος. Άλλωστε, το σημείο εκκίνησης για την ανάλυση της αξιοποιησίας ενός τεχνολογικού συστήματος είναι η αίσθηση της δυσκολίας για την πραγματοποίηση του «τέλειου σχεδιασμού» και η πεποίθηση ότι η οποιαδήποτε κατάσταση ενός συστήματος θα μπορεί πάντα να υπάρκειται σε τεχνολογικές βελτιώσεις (CHECKLAND, 1990).

Στο πεδίο του σχεδιασμού της υποστήριξης των υπογείων εκσκαφών δεν έχουν ακόμα σημειωθεί ιδιαίτερες προσπάθειες για την εισαγωγή και την εφαρμογή της θεωρίας αξιοποιησίας. Οι διατυπωμένες θεωρίες και αρχές αντιμετωπισης που αφορούν στο σχεδιασμό της υποστήριξης των υπογείων εκσκαφών, έχουν σχεδόν στο σύνολό τους εξαχθεί από

αναλύσεις μεταξύ των σχέσεων αυτίου και αποτελέσματος, από πειραματικές διερευνήσεις των τιμών των υπεισερχομένων στο πρόβλημα παραμέτρων και από αντικειμενικές εκτιμήσεις των εκάστοτε αναγκών υποστήριξης. Σημειώνεται όμως ότι, η μεταβλητότητα των τιμών των φυσικών μεγεθών που χαρακτηρίζουν το υπό μελέτη τεχνολογικό σύστημα, επηρεάζει καθοριστικά τη δομή και τη συμπεριφορά του, καθώς πολλά βασικά και ουσιώδη μεγέθη, όπως π.χ. τα βάρη, οι συντελεστές τριβής, οι διαστάσεις, οι ασκούμενες τάσεις, οι αντοχές, οι παραμορφώσεις κλπ. δεν λαμβάνουν πάντα απόλυτες και σταθερές τιμές. Στην πραγματικότητα, αυτές υπόκεινται σε έντονη μεταβλητότητα εξαιτίας των ευμετάβλητων συνθηκών που επικρατούν στα υπόγεια έργα, του ανθρώπινου παράγοντα, της ποικιλίας των τεχνικών χαρακτηριστικών των εφαρμογών, των ανύποπτων μεταβολών των έργων, των ιδιοτήτων των χρησιμοποιούμενων υλικών, των στοιχείων που απαρτίζουν το σύστημα κλπ. Παράλληλα, πολλές από τις παραμέτρους υπόκεινται συχνά σε έντονη μεταβλητότητα αναφορικά με άλλα μεγέθη όπως ο χρόνος, η εξέλιξη των εργασιών, το τοπογραφικό ανάγλυφο, η ύπαρξη γειτονικών εκσκαφών, ο τεκτονισμός της περιοχής κλπ. Καθίσταται πρόδηλο, ότι η κατανόηση των νόμων και των μηχανισμών που διέπουν τα αίτια, τις διαφοροποιήσεις και -κυρίως- τα αποτελέσματα της μεταβλητότητας, είναι αναγκαία για την επινόηση και τη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού αποτελεσματικών τεχνολογικών συστημάτων, ως και για την επιτυχή επίλυση των εκάστοτε προβλημάτων που ανακύπτουν σε συστήματα τα οποία έχουν σχεδιαστεί με βάση τις αιτιολογικές μεθόδους ανάλυσης. Είναι γεγονός ότι, η προσπάθεια για εφαρμογή των υφιστάμενων γνώσεων και εννοιών της στατιστικής ανάλυσης στα προβλήματα των κατασκευών και ιδιαίτερα σε αυτά που αντιμετωπίζονται συνήθως στα υπόγεια έργα, συναντά αρκετά πρακτικά προβλήματα εξαιτίας όχι τόσο του απαιτούμενου θεωρητικού υποβάθρου, αλλά κυρίως λόγω της αντιμετωπίζομενης αβεβαιότητας, που προκύπτει από την συμμετοχή του ανθρώπινου παράγοντα στην παραγωγική διαδικασία και από την ίδια τη θαγδαία μεταβαλλόμενη και εξελισσόμενη φύση και γενική εικόνα του υπογείου έργου (HUDSON, 1992).

Η αξιοποιησία ενός τεχνικού συστήματος αποτελεί ουσιαστικά την τεκμηριωμένη ποσοτική έκφραση της αβεβαιότητάς του. Το ερώτημα για το αν και υπό ποιες προϋποθέσεις ένα σύστημα λειτουργεί ικανοποιητικά για μια δεδομένη περίοδο είναι δυ-

νατό και συχνά αναγκαίο να απαντηθεί και πιθανοθεωρητικά. Με βάση τα προηγούμενα, η πιθανότητα ότι ένα σύστημα θα εκτελεί την απαιτούμενη λειτουργία για την οποία έχει σχεδιασθεί, χωρίς να αστοχεί, κάτω από δεδομένες συνθήκες και για δεδομένη χρονική περίοδο, είναι η αξιοπιστία του. Ο ορισμός της αξιοπιστίας ως πιθανοθεωρητικής έννοιας, συνεπάγεται ότι οποιοδήποτε προσπάθεια ποσοτικοποίησης της πρέπει να στηρίζεται στη χρήση στατιστικών δεδομένων και μεθόδων υπολογισμού. Ως αξιοπιστία σε πολλές εφαρμογές μπορεί να ορισθεί ο μέσος αριθμός αστοχιών σε δεδομένο χρόνο (ρυθμός αστοχιών) ή ο μέσος χρόνος μέχρι να επισυμβεί αστοχία του συστήματος (O'CONNOR, 1991). Για το υπό μελέτη σύστημα κοχλίωσης, ως αξιοπιστία ορίζεται η πιθανότητα «επιβίωσης» αυτού για δεδομένο χρονικό διάστημα, μέχρι να επισυμβεί απλώς και μόνο μία αστοχία του συστήματος. Με άλλα λόγια, το σύστημα δεν είναι «επισκευάσιμο», διότι μία και μόνο πτώση οροφής εμπεριέχει το ενδεχόμενο της πρόκλησης εργατικού ατυχήματος, οι συνέπειες του οποίου δεν αναιρούνται με οποιοδήποτε μέτρο αποκατάστασης. Κατά τη διάρκεια της ζωής του συστήματος, η άμεση πιθανότητα της πρώτης και μοναδικής αστοχίας καλείται ρυθμός επικινδυνότητας. Η μέση ζωή του συστήματος ή ο μέσος χρόνος μέχρι την αστοχία ή ο αναμενόμενος χρόνος εντός του οποίου ένα ποσοστό των συστατικών μερών του συστήματος θα έχει αστοχήσει, είναι εξίσου χρήσιμες παράμετροι. Σημειώνεται ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση, όταν ένα τιμήμα του συνολικού συστήματος αστοχεί, τότε συνήθως αστοχεί και το ίδιο το σύστημα στο σύνολό του και συνεπώς η αξιοπιστία του συστήματος θα εκφράζεται ως μια συνάρτηση του χρόνου μέχρι την πρώτη αστοχία κάποιου συστατικού τμήματος του (IRESON et al., 1988).

Υπάρχουν ορισμένοι βασικοί νόμοι με βάση τους οποίους οι αστοχίες εξελίσσονται σε σχέση με το χρόνο. Ο ρυθμός επικινδυνότητας μπορεί να είναι φθίνων, αύξων ή σταθερός. Διακρίνουμε πρώιμες, τυχαίες και αστοχίες γήρανσης με φθίνοντα, σταθερό και αύξοντα ρυθμό επικινδυνότητας αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι, η αξιοπιστία, ως παράμετρος που απεικονίζει την αποδοτικότητα ενός συστήματος, επηρεάζει την διαθεσιμότητα του και τη συντηρησιμότητα του. Η εφαρμογή των αρχών της ανάλυσης αξιοπιστίας είναι αναγκαία σε κάθε περίπτωση που οι συνεπαγόμενοι κίνδυνοι ή το κόστος από ενδεχόμενη αστοχία ενός συστήματος δεν είναι επιτρεπτό ή δυνατό να αγνοηθούν. Είναι προφανές ότι οι κίν-

δυνοι από μία αστοχία συνήθως αυξάνουν ανάλογα με τον αριθμό των συστατικών στοιχείων ή μερών του συστήματος. Προγράμματα μελέτης και ανάλυσης αξιοπιστίας πρέπει να εκτελούνται σε κάθε περίπτωση που η πολυπλοκότητα της λειτουργίας ενός τεχνικού συστήματος οδηγεί σε απαράδεκτο επιχειρηματικό κίνδυνο, όπως συχνά συμβαίνει στα υπόγεια μεταλλευτικά και τεχνικά έργα. Αυτά πρέπει να στοχεύουν στην ικανοποίηση της απαύτησης για αποσύρηση της αστοχίας εντός δεδομένου χρονικού διαστήματος ή στην εξασφάλιση ύπαρξης δεδομένου χρονικού διαστήματος μεταξύ δύο αστοχιών κλπ. Το βασικό και θεμελιώδες ερώτημα στο οποίο πρέπει το πρόγραμμα ανάλυσης αξιοπιστίας να δίνει ικανοποιητική απάντηση είναι το ακόλουθο: ποιό το κόστος πρόβληψης ή διόρθωσης της αιτίας που οδηγεί σε αστοχία του συστήματος σε σύγκριση με το κόστος της ίδιας της αστοχίας (THIERAUF, 1970).

## 2. ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

### 2.1. Σχέσεις αλληλεπίδρασης των τιμών μηχανικής αντοχής και ασκούμενου φορτίου

Από τις πλέον συνήθεις αστοχίες τεχνικών συστημάτων είναι εκείνες που προκύπτουν εξαιτίας της υπέρβασης των τιμών αντοχής τους από τις εφαρμοζόμενες φορτίσεις. Οι έννοιες της φόρτισης και της αντοχής εξετάζονται επί του προκειμένου υπό την ευρύτατή τους σημασία. Η φόρτιση μπορεί να αναφέρεται σε μηχανικά φορτία ή σε εσωτερικά δημιουργούμενες τάσεις. Η αντοχή μπορεί να αναφέρεται σε οποιοδήποτε φυσική ιδιότητα, που προβάλλει αντίσταση σε επιβαλλόμενη φόρτιση, όπως π.χ. σκληρότητα, μηχανική αντοχή, τριβή, μήκυνση, αδράνεια κλπ. Υπό ένα ευρύτερο πρίσμα θεωρησης των ανωτέρω δύο εννοιών, είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι αντοχή είναι το σύνολο των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων και μηχανισμών εσωτερικής λειτουργίας ενός συστήματος που αντιτίθενται στην ενδεχόμενη αστοχία του και φόρτιση, το αντίστοιχο σύνολο εξωτερικών ή εσωτερικών ιδιοτήτων και δράσεων που θυμούν το σύστημα προς την αστοχία. Γενικά, ο σχεδιασμός εκείνος κατά τον οποίο η ασκούμενη φόρτιση δεν υπερβαίνει την αντοχή του συστήματος, μειώνει (αλλά δεν εκμηδενίζει) το ενδεχόμενο αστοχίας. Αυτή είναι η συνηθέστερη προκτική στο σχεδιασμό των κατασκευών και ειδικότερα των υπόγειων μεταλλευτικών και τεχνικών έργων, με βάση την οποία θεωρώντας τις αντιπροσωπευτικές τιμές φόρτισης και αντοχής, εξασφαλίζεται παράλληλα ένα αποδε-

κτό περιθώριο ή συντελεστής ασφαλείας. Αποτελεί δύναμης αδιαμφισβήτητη πραγματικότητα το γεγονός ότι, συχνά συμβαίνουν αισθητές σε τεχνικά συστήματα που μελετήθηκαν, σχεδιάστηκαν και κατασκευάστηκαν με βάση το προαναφερθέν κριτήριο. Βασική αυτία για το εν λόγω γεγονός πρέπει να θεωρείται η στατιστική κατανομή και η αναπόφευκτη μεταβλητότητα των τιμών, τόσο της αισθητής, όσο και της φόρτισης του συστήματος.

Κάθε κατανομή των τιμών αισθητής και φόρτισης ενός τεχνικού συστήματος, χαρακτηρίζεται από μια μέση τιμή  $S$  και  $L$  αντίστοιχα, και μια τυπική απόκλιση  $\sigma_s$  και  $\sigma_L$  αντίστοιχα. Σε περίπτωση λοιπόν που οι δύο κατανομές επικαλύπτονται, στα στοιχεία του συστήματος που χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα χαμηλή αισθητή και υπόκεινται σε ακραία τιμή φόρτισης, επισυμβαίνει αισθητία μολονότι ο σχεδιασμός είναι γενικά ορθός. Ως περιθώριο ασφάλειας (SM) ορίζεται το μέγεθος που αποδίδει τη σχετική τυπική απόκλιση του φορτίου ως προς τις τυπικές αποκλίσεις και των δύο κατανομών και δίδεται από τη σχέση:

$$SM = \frac{S - L}{(\sigma_s^2 + \sigma_L^2)^{1/2}}$$

Ως βαθμός φόρτισης LR ορίζεται το μέγεθος που αποδίδει τη σχετική τυπική απόκλιση του φορτίου ως προς τις τυπικές αποκλίσεις και των δύο κατανομών και δίδεται από τη σχέση:

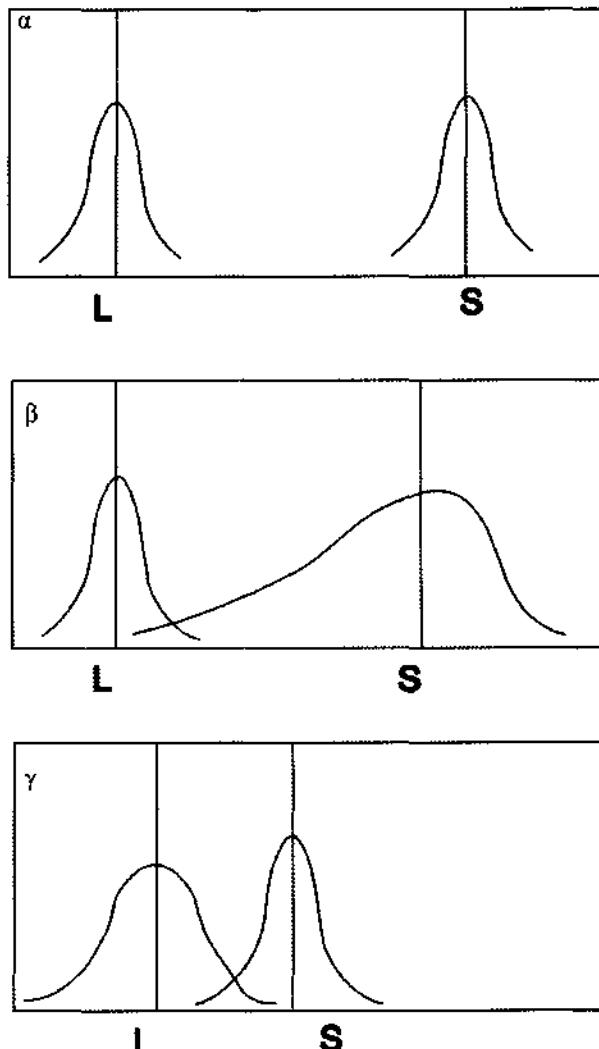
$$LR = \frac{\sigma_L}{(\sigma_s^2 + \sigma_L^2)^{1/2}}$$

Αυτές οι δύο παράμετροι επιτρέπουν την ανάλυση της σχέσης αισθητής-φορτίου και επομένως τη διαμόρφωση της έννοιας ή την εύρεση της τιμής της πιθανότητας αισθητίας. Αντιθέτως, ο παραδοσιακός συντελεστής ασφαλείας, που βασίζεται στην καθαρά αιτιοκρατική θεώρηση του προβλήματος και λαμβάνει υπόψη μόνο τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές των εκάστοτε υπεισερχόμενων φυσικών μεγεθών δεν οδηγεί πάντα στην ασφαλή και έγκυρη εκτίμηση της αξιοποιητικότητας του υπό μελέτη συστήματος για όλο το φάσμα των αντιμετωπίζομένων περιπτώσεων.

Μερικά παραδείγματα διαφορετικών περιπτώσεων από τις πλευράς των εκάστοτε χαρακτηριστικών τιμών του βαθμού φόρτισης και του περιθώριου ασφαλείας παρουσιάζονται στο Σχήμα 1. Στην περίπτωση του Σχήματος 1(a) αντιμετωπίζεται ένα τεχνικό σύστημα που διαιρίνεται για την υψηλή του αξιοποιητικά, καθώς οι σχετικές κατανομές φορτίου

και αισθητής είναι ιδιαίτερα «στενές», ο βαθμός φόρτισης χαμηλός και το περιθώριο ασφαλείας μεγάλο. Υπό τις παραπάνω προϋποθέσεις και δεδομένης της απαύτησης για διατήρηση της σταθερής τιμής της αισθητής με την πάροδο του χρόνου, ο σχεδιασμός του εν λόγω συστήματος εκμηδενίζει στην πράξη το οποιοδήποτε ενδεχόμενο αισθητίας.

Στο Σχήμα 1(b) παρουσιάζεται χαμηλός βαθμός φόρτισης του συστήματος αλλά εξαιτίας της υψηλής τιμής της τυπικής απόκλισης της κατανομής της αισθητής το περιθώριο ασφαλείας λαμβάνει χαμηλή τιμή. Ακραίες τιμές φορτίου θα οδηγήσουν σε αισθητία μικρό αριθμό στοιχείων του συστήματος. Τέλος, στο Σχήμα 1(c) παρουσιάζεται ένα σύστημα που χαρακτηρίζεται από χαμηλό περιθώριο ασφαλείας και υψηλό βαθμό φόρτισης εξαιτίας του μεγάλου



ΣΧΗΜΑ 1: Συνήθεις συνδυασμοί κατανομών αισθητής και φορτίου τεχνολογικών συστημάτων.

FIGURE 1: Typical load - strength combinations of technological systems.

εύρους της κατανομής των τιμών του φορτίου. Από της πλευράς της αξιοποιησίας του συστήματος, η εν λόγω κατάσταση είναι δυνατόν να οδηγήσει σε σειρά προβλημάτων, σε περίπτωση που ένα γεγονός ακραίας φόρτισης θα προκαλέσει αστοχία σε μεγάλο τμήμα ή ποσοστό των στοιχείων του συστήματος.

## 2.2. Εκτίμηση αξιοποιησίας συστήματος κοχλίωσης της οροφής

Σε αρκετές περιπτώσεις σημειώνεται αστοχία του κοχλία χωρίς αυτή να συνοδεύεται από αντίστοιχη αστοχία του πετρώματος που αυτός καλείται να υσχυροποιήσει εσωτερικά και τελικά να υποστηρίξει. Επομένως, παραμένει δυσεπίλυτο και συχνά αναπάντητο το πρόβλημα που αφορά στην όχι σπάνια περίπτωση της αστοχίας συστημάτων κοχλίωσης παρά το γεγονός ότι αυτά έχουν σχεδιασθεί και μελετηθεί με βάση υψηλούς συντελεστές ασφαλείας που εμπεριέχουν τις ακραίες τιμές των τιμών αντοχής τους και των ασκούμενων φορτίων. Δεν πρέπει επίσης να διαφεύγει το γεγονός ότι σχεδόν ποτέ δεν υπάρχουν ευρείας εφαρμογής και αξιοποιησίας διαθέσιμα δεδομένα που να καθορίζουν το ποσοστό των τοποθετημένων κοχλιών σε οροφή υπόγειας εκσκαφής, οι οποίοι να αναλαμβάνουν πράγματι με πληρότητα και επάρχεια τα καθήκοντα του υποστηρικτικού τους ρόλου και να ανθίστανται αποτελεσματικά με τον μηχανισμό δράσης βάσει του οποίου σχεδιάστηκαν και τοποθετήθηκαν, στα ασκούμενα εκ του πετρώματος φορτία.

Η στατιστική επεξεργασία και αναλυτική εκτίμηση της μεταβλητότητας και των κατανομών των τιμών της αντοχής των κοχλιών και των φορτίων που δέχονται από τη μάξα του πετρώματος, είναι δυνατό να υιοθετηθεί ως εναλλακτική λύση στην αντιμετώπιση του προβλήματος της αξιοποιησίας του δεδομένου υποσυστήματος. Η εν λόγω θεώρηση, δεν απαιτεί την ίδια ποσότητα πειραματικών δεδομένων για την επίτευξη αντίστοιχου επιπέδου πληρότητας ανάλυσης με την αρχή της άμεσης στατιστικής προσέγγισης του θέματος. Σημειώνεται επίσης ότι, η εκτέλεση δοκιμών και μετρήσεων προς διαπίστωση των πραγματικών επί τόπου τιμών αντοχής του κοχλία και του ασκούμενου επ' αυτού φορτίου εκ του πετρώματος, χαρακτηρίζεται, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, από μεγαλύτερη ευκολία και ταχύτητα σε σύγκριση με την προσπάθεια χρησιμοποίησης της ίδιας αρχής στην περίπτωση της μελέτης της μάξας του πετρώματος. Εξάλλου, η συγκεκριμένη θεώρηση, είναι εφαρμόσιμη τόσο κατά τη φάση του αρχικού υπολογισμού και σχεδιασμού των βασικών τε-

χνολογικών χαρακτηριστικών του συστήματος κοχλίωσης, όσο και στην περίπτωση υπαρξής πραγματικών δεδομένων από εν ενεργείᾳ υπόγειο δίκτυο έργων.

Η στατιστική κατανομή των τιμών αντοχής του διεργανούμενου τύπου κοχλία εξάγεται με πληρότητα είτε από την εκτέλεση επαρχούς αριθμού δοκιμών εφελκυσμού και αποσπάσεως επί αντιπροσωπευτικού συνόλου τοποθετημένων κοχλιών εντός του υπογείου έργου, είτε από εργαστηριακά πειράματα, είτε τέλος από απλούς υπολογισμούς που βασίζονται στις μηχανικές ιδιότητες των συστατικών μερών που απαρτίζουν τον κοχλία. Η τελική επιλογή καθορίζεται από τις εκάστοτε υφιστάμενες δυνατότητες, από τις απαιτήσεις για ακρίβεια σχεδιασμού και, εν γένει, από το στάδιο κατά τη διάρκεια του οποίου λαμβάνει χώρα η εν λόγω ανάλυση. Η αντίστοιχη διερεύνηση της μεταβλητότητας των τιμών των ασκούμενων ή των αντιμετωπίζομενων υπό του συστήματος κοχλίωσης φορτίων είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί αφενός πειραματικά, μέσω σειράς επί τόπου μετρήσεων με χρήση κυψελών φορτίου, μετρητών τάσης ή καταλλήλων ηλεκτρομηχανομέτρων και αφετέρου, θεωρητικά με την εκτέλεση διεξοδικών παραμετρικών τασικών αναλύσεων με τη βοήθεια των σχετικών τεχνικών υπολογισμού που βασίζονται στις αριθμητικές μεθόδους ανάλυσης.

Με βάση την προαναφερθείσα αρχή αντιμετώπισης, σχεδιάστηκε και εκτελέσθηκε εντατικό πρόγραμμα επί τόπου δοκιμών και μακροχρόνιων μετρήσεων εντός εκτεταμένου υπογείου μεταλλευτικού δικτύου για τον προσδιορισμό και τον έλεγχο των πραγματικών τιμών που αφορούν στην αντοχή και στα αναλαμβανόμενα υπό των κοχλιών φορτία. Εντός των ως άνω πλαισίων, διενεργήθηκαν συστηματικές δοκιμές αποσπάσεως όλων των διαθέσιμων κατηγοριών και των διαφορετικών τύπων κοχλιών που χρησιμοποιούνται στα συγκεκριμένα μεταλλευτικά εργοτάξια (κοχλίες ολόσωμης κατανεμημένης αγκύρωσης, κοχλίες μερικώς κατανεμημένης αγκύρωσης, κοχλίες σημειωτικής αγκύρωσης αναπτυσσόμενου κελύφους και κοχλίες πλήρους μηχανικής επαφής τύπου Swellex). Οι επί τόπου δοκιμές έλαβαν χώρα σε όλο το φάσμα συνθηκών οροφής, από πλευράς γεωλογικών και μηχανικών ιδιοτήτων, που απαντώνται και αντιμετωπίζονται κατά την υπόγεια εκμετάλλευση των βωξιτικών κοιτασμάτων και εκτελέσθηκαν σύμφωνα με τις προτεινόμενες μεθόδους της Διεθνούς Ένωσης Μηχανικής των Πετρωμάτων (I.S.R.M.).

Από την επεξεργασία και ανάλυση των αποτελε-

σμάτων προέκυψαν οι βασικές παραμετρούς των στατιστικών κατανομών των τιμών αντοχής (φορτίου αστοχίας) των χρησιμοποιούμενων κοχλιών. Για τον προσδιορισμό των πραγματικών αναλαμβανόμενων, υπό των τοποθετημένων κοχλιών, φορτίων του πετρώματος, χρησιμοποιήθηκαν κατάλληλα όργανα (κελιά) μέτρησης φορτίου, υδραυλικομηχανικού τύπου. Οι εν λόγω μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν επί μακρό χρονικό διάστημα και σε πολλές, διαφορετικές και αντιπροσωπευτικές θέσεις του εκτεταμένου υπογείου μεταλλευτικού δικτύου. Από τις μετρήσεις των ασκούμενων, επί των κοχλιών όλων των τύπων, φορτίων οροφής, υπολογίσθηκαν οι αντίστοιχες στατιστικές κατανομές και οι χαρακτηριστικές τους παραμετρούς για την περαιτέρω ανάλυση της αξιοπιστίας του υποσυστήματος. Οι εν λόγω κατανομές αφορούν διευθυντικές στοές με οροφές ποικιλών μηχανικών χαρακτηριστικών κατηγορίας, θαλάμους εκμετάλλευσης μικρού (6-8 μέτρα) και μεγάλου πλάτους (10 μέτρα) καθώς και θαλάμους εντός των οποίων διενεργήθηκε εξόφληση και οπισθοχώρηση της εκμετάλλευσης. Τονίζεται ότι, η στατιστική ανάλυση αυτού του τύπου για συστήματα κοχλιώσης καθώς και οι εξαγόμενες ποσοτικές σχέσεις για τον προσδιορισμό της πιθανότητας αστοχίας του συγκεκριμένου υποσυστήματος, παρουσιάζονται για πρώτη φορά ως εμπειριστατωμένες πρωτότυπες έννοιες και τελικώς οδηγούν στη διατύπωση ποσοτικής και συγκεκριμένης εκτίμησης της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος κοχλιώσης οροφής που τοποθετείται σε δεδομένο υπόγειο έργο. Επιπροσθέτως, η χρησιμότητα και η σπουδαιότητα της εν λόγω διατύπωσης είναι σημαντική αναφορικά προς την ασφάλεια του εργατοτεχνικού προσωπικού του εκάστοτε υπογείου μεταλλευτικού ή τεχνικού έργου.

### 3. ΕΠΙ ΤΟΠΟΥ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

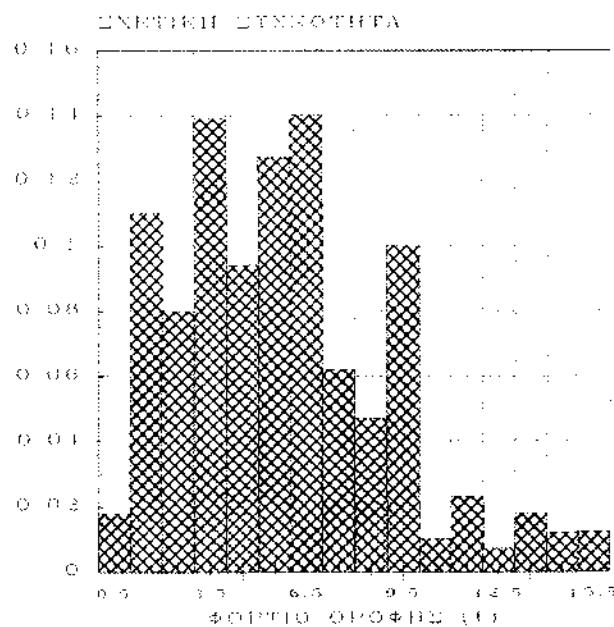
#### 3.1. Μετρήσεις ασκούμενου φορτίου επί του συστήματος κοχλιώσης

Εκτελέσθηκαν επί μακρό χρονικό διάστημα μετρήσεις των φορτίων που ασκούνται στους κοχλίες, μετά την τοποθέτηση τους, από τα στρώματα της ασβεστολιθικής οροφής των υπογείων ανοιγμάτων, με τη χρήση ειδικών κελιών φορτίου υδραυλικομηχανικού τύπου. Από τη μέτρηση της χρονικής διάρκειας (ημέρες) άσκησης έκαστης τιμής φορτίου επί έκαστου κοχλία εξάγεται η ακόλουθη κατανομή σχετικών συχνοτήτων εμφάνισης των τιμών φορτίου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.

Σημειώνεται ότι, η παρουσιαζόμενη κατανομή, δεν έγινε δυνατό να προσομοιωθεί αξιόπιστα με τις διαθέσιμες συνήθεις τυπικές κατανομές που διαθέτουν τα ευρέως χρησιμοποιούμενα εξειδικευμένα προγράμματα στατιστικής ανάλυσης, καθώς ο έλεγχος της στατιστικής υπόθεσης παρήγαγε ιδιαίτερα χαμηλές τιμές επιπέδων στατιστικής σημαντικότητας της προσομοίωσης των πραγματικών τιμών με τις υποθετικές. Παραδείγματος χάρη, η προσαρμογή της τυπικής κατανομής Weibull έδωσε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας  $9,9 \cdot 10^{-5}$ , της γ-κατανομής  $1,605 \cdot 10^{-8}$ , της κατανομής Erlang  $5,687 \cdot 10^{-8}$  και της κατανομής  $\chi^2$   $2,822 \cdot 10^{-8}$ .

Προς το σκοπό της υπέρβασης του μαθηματικού αυτού προβλήματος, που προέρχεται κυρίως από τη σημαντική ποικιλία και το πολύπλοκο των συνθηκών εντός των οποίων έλαβαν χώρα οι δεδομένες μετρήσεις, δημιουργήθηκε το διάγραμμα της αθροιστικής σχετικής συχνότητας των τιμών φορτίου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3 και το οποίο παριστά την τιμή της πιθανότητας  $P(\text{τιμή πραγματικού φορτίου} < \text{τιμή } \chi)$ . Με βάση το εν λόγω διάγραμμα δημιουργήθηκε το αντίστοιχο της συμπληρωματικής αθροιστικής σχετικής συχνότητας των τιμών φορτίου, το οποίο και παριστά την πιθανότητα υπέρβασης, δηλαδή την  $P(\text{τιμή πραγματικού φορτίου} > \text{τιμή } \chi)$  που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.

Η πιθανότητα υπέρβασης της κατανομής του φορτίου, διερευνήθηκε ως προς σειρά τυπικών μαθημα-

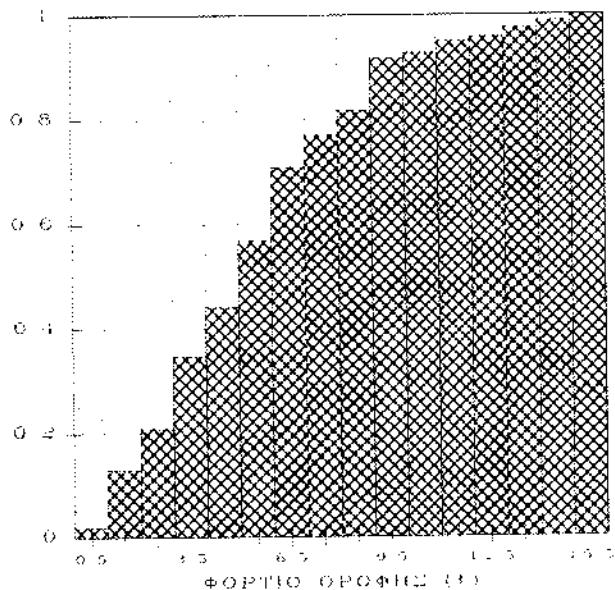


ΣΧΗΜΑ 2: Κατανομή σχετικών συχνοτήτων φορτίου οροφής.

FIGURE 2: Relative probability distribution of roof loads.

τικών κατανομών όπου αποδείχθηκε ότι προσαρμόζεται κατά το καλύτερο δυνατό τρόπο από την κατανομή Weibull και κατά δεύτερο λόγο, από τη μετατοπισμένη εκθετική κατανομή. Στο Σχήμα 5 παρουσιάζονται τόσο το διάγραμμα της πιθανότητας υπέρβασης της κατανομής των φορτίου, που ασκείται στο

ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΝΧΡΟΝΗΤΙΚΑ



ΣΧΗΜΑ 4: Κατανομή συμπληρωματικής αθροιστικής σχετικής συχνότητας φορτίου οροφής.

FIGURE 4: Supplementary cumulative relative probability function of roof loads.

σύστημα κοχλίωσης όσο και τα μοντέλα των προσαρμοσμένων κατανομών που προέκυ

Η μεταποιημένη εκθετική κατανομή, που επίσης προσαρμόζεται αλλά με συγχριτικά μειωμένη αρρίβεια στα πειραματικά δεδομένα, έχει συνάρτηση υπέρβασης :

$$P(X > \chi) = e^{-u(\chi-2)} = e^{-0.209(\chi-0.882)}$$

και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f_X(\chi) = 0.209e^{-0.209(\chi-0.882)}, \quad \chi > 0.882$$

και

$$f_X(\chi) = 0, \quad \chi < 0.882$$

Σημειώνεται ότι, κατά τη διαδικασία της προσαρμογής των εν λόγω μαθηματικών κατανομών επί των πειραματικών δεδομένων, χρησιμοποιήθηκε μια τροποποιημένη μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων, στα πλαίσια της οποίας ο ελεγχός της στατιστικής σημαντικότητας της υπόθεσης διενεργείται μέσω της καλούμενης «συνάρτησης κόστους (merit function, MF)», η τιμή της οποίας όταν ελαχιστοποιείται αποτελεί το κριτήριο για την ορθότητα της υπόθεσης προσαρμογής, δηλαδή της απόστασης ή της διαφοροποίησης μεταξύ των αναμενόμενων από τη δοκιμαζόμενη κατανομή και των υπαρχουσών μετρήσεων (PAPOULIS, 1991). Η εν λόγω διαδικασία προσαρμογής-παλινδρόμησης εκτιμά τη μέση τετραγωνική απόκλιση της καμπύλης των πειραματικών μετρήσεων από την καμπύλη της υπό δοκιμή κατανομής ή των θεωρητικά αναμενόμενων εκτιμήσεων. Η προς ελαχιστοποίηση «συνάρτηση κόστους» αποδίδεται από την ακόλουθη κλειστή μορφή :

$$MF (\text{παραμετροί κατανομής}) = \sum_{j=1}^n (\psi_j - y_j)^2$$

όπου,  $(\chi_j, \psi_j)$  τα ζεύγη μετρήσεων φορτίου-πιθανότητας εμφάνισης και  $(\chi_j, y_j)$  το θεωρητικά αναμενόμενο ή εκτιμόμενο ζεύγος τιμών. Η συνάρτηση κόστους για την κατανομή Weibull είχε τιμή 0,00396, ενώ για τη μεταποιημένη εκθετική κατανομή η αντίστοιχη τιμή ήταν 0,0571.

### 3.2. Μετρήσεις φέρουσας ικανότητας των συστημάτων κοχλίωσης

Οι τιμές φέρουσας ικανότητας των συστημάτων κοχλίωσης που διερευνήθηκαν εντός των πλαισίων της έρευνας, προέκυψαν από εκτεταμένο πρόγραμμα εκτέλεσης επί τόπου δοκιμών εξόλκευσης που πραγματοποιήθηκε στις υπόγειες βωξιτικές εκμεταλλεύσεις. Σημειώνεται, ότι δοκιμάστηκαν οι ακόλουθες κατηγορίες συστημάτων κοχλίωσης:

- (Α) Κοχλίες πλήρους και κατανεμημένης αγκύρω-

σης με πολυεστερική φητίνη (3 ή 2 φυσίγγια φητίνης).

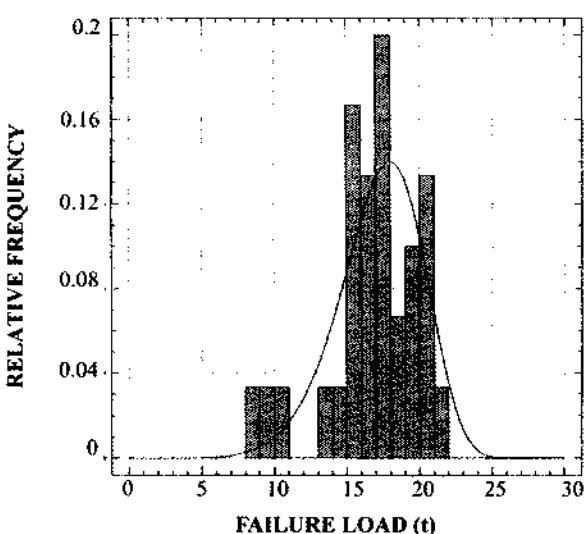
- (Β) Κοχλίες μερικώς κατανεμημένης αγκύρωσης με φητίνη (1 ή 2 φυσίγγια φητίνης).
- (Γ) Κοχλίες σημειωσης αγκύρωσης αναπτυσσομένου κελύφους.
- (Δ) Κοχλίες Swellex πλήρους επαφής, αγκυρίζομενοι διάτροφης.

Οι προαναφερθείσες κατηγορίες κοχλιών, αποτελούν τη συντριπτική πλειοψηφία των τύπων κοχλίωσης, που χρησιμοποιούνται στις υπόγειες βωξιτικές εκμεταλλεύσεις και συγχρόνως αποτελούν σημαντικότατο ποσοστό των κοχλιών που χρησιμοποιούνται στα υπόγεια μεταλλευτικά και τεχνικά έργα, τόσο στο διεθνή όσο και στον Ελληνικό χώρο. Οι σχετικές συγχρόνες των τιμών αντοχής κάθε κατηγορίας παρουσιάζονται στα Σχήματα 6, 7, 8 και 9.

Στον Πίνακα 1, παρουσιάζονται τα επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας για τους ελέγχους των στατιστικών υποθέσεων προσαρμογής τυπικών μαθηματικών κατανομών στις αποκτηθείσες, από τις επί τόπου δοκιμές, πειραματικές τιμές. Όπως προκύπτει, οι μελετηθείσες κατηγορίες των συστημάτων κοχλίωσης υπό τις υφιστάμενες συνθήκες, ακολουθούν τις εξής κατανομές:

- (1) Κοχλίες πλήρους και κατανεμημένης αγκύρωσης με πολυεστερική φητίνη (3 φυσίγγια).

Κατανομή Weibull με τύπο:



**ΣΧΗΜΑ 6:** Κατανομή σχετικής συγχρόνης τιμών αντοχής για κοχλίες κατανεμημένης αγκύρωσης με 3 ή 2 φυσίγγια φητίνης και μοντέλο κατανομής WEIBULL.

**FIGURE 6:** Relative probability distribution of resin grouted rockbolt strengths (with 2 or 3 resin cartridges) and simulated WEIBULL model.

$$f_{\psi}(\psi) = ab\psi^{b-1}e^{-a\psi^b} = \\ = 1,737 \cdot 10^{-9} \cdot 6,92374 \cdot \psi^{(6,92374-1)} \cdot e^{-1,737 \cdot 10^{-9} \cdot \psi^{6,92374}} = \\ = 12,026 \cdot 10^{-9} \cdot \psi^{5,92374} \cdot e^{-1,737 \cdot 10^{-9} \cdot \psi^{6,92374}}$$

(2) Κοχλίες μερικώς κατανεμημένης αγκύρωσης με ορτίνη (1-2 φυσιγγια).

Γ-κατανομή με τύπο:

$$f_{\psi}(\psi) = \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} \cdot \psi^{v-1} \cdot e^{-\beta\psi} = \\ = \frac{2,4841^{36,4077}}{\Gamma(36,4077)} \cdot \psi^{36,4077-1} \cdot e^{-2,4841\psi} = \\ = \frac{2,438 \cdot 10^{14}}{\Gamma(36,4077)} \cdot \psi^{35,4077} \cdot e^{-2,4841\psi}$$

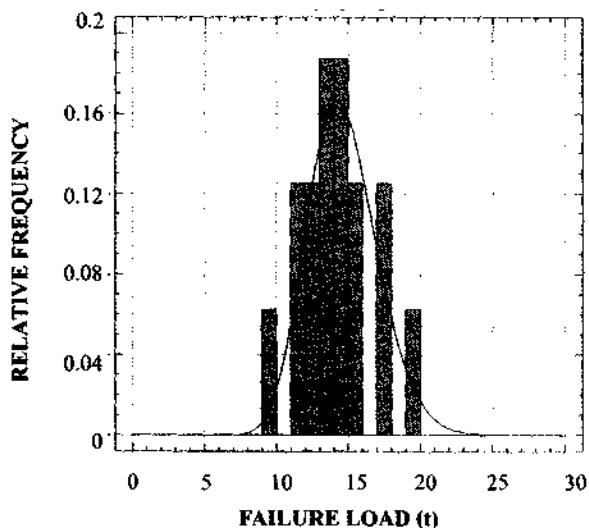
(3) Κοχλίες σημειακής αγκύρωσης αναπτυσσομένου κελύφους.

Κατανομή Weibull με τύπο:

$$f_{\psi}(\psi) = ab\psi^{b-1}e^{-a\psi^b} = \\ = 1,4268 \cdot 10^{-6} \cdot 5,46449 \cdot \psi^{5,46449-1} \cdot e^{-1,4268 \cdot 10^{-6} \cdot \psi^{5,46449}} = \\ = 7,796 \cdot 10^{-6} \cdot \psi^{4,46449} \cdot e^{-1,4268 \cdot 10^{-6} \cdot \psi^{5,46449}}$$

(4) Κοχλίες Swellex πλήρους επαφής, αγκυρίζομενοι δια τριβής.

Λογαριθμοκανονική κατανομή με τύπο:



**ΣΧΗΜΑ 7:** Κατανομή σχετικής συχνότητας τιμών αντοχής για κοχλίες κατανεμημένης αγκύρωσης με 1 ή 2 φυσιγγια και μοντέλο Γ-κατανομής.

**FIGURE 7:** Relative probability distribution of resin grouted rockbolt strengths (with 1 or 2 resin cartridges) and simulated  $\Gamma$ -distribution model.

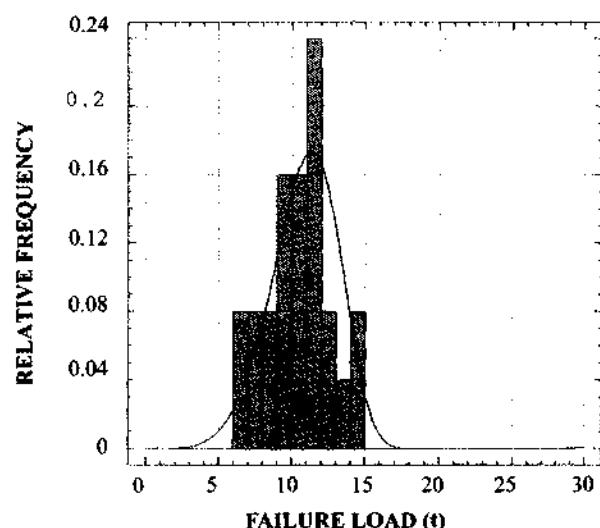
$$f_{\psi}(\psi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma\psi} \cdot e^{-\frac{(\ln\psi - \mu)^2}{2\sigma^2}} = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0,1294201 \cdot \psi} \cdot e^{-\frac{(\ln\psi - 2,3798741)^2}{2 \cdot 0,1294201^2}} = \\ = \frac{3,082}{\psi} \cdot e^{-29,851(\ln\psi - 2,3798741)^2}$$

Σημειώνεται ότι, οι συγκεκριμένες κατανομές που προσδιορίστηκαν παραπάνω παρέχουν σημαντική πληροφόρηση για τη στατιστική συμπεριφορά των τιμών φέρουσας ικανότητας των συστημάτων κοχλίωσης που δοκιμάστηκαν στα υπόγεια βιωτικά μεταλλεία, αποτελούν δε το βασικό δεδομένο για τη διαδικασία επίλυσης των μαθηματικών σχέσεων προς εύρεση της τιμής της αξιοπιστίας εκάστου συστήματος κοχλίωσης, που παρουσιάζεται ακολούθως.

#### 4. ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΟΧΛΙΩΣΗΣ

##### 4.1. Μαθηματική επεξεργασία των κατανομών φορτίου και φέρουσας ικανότητας

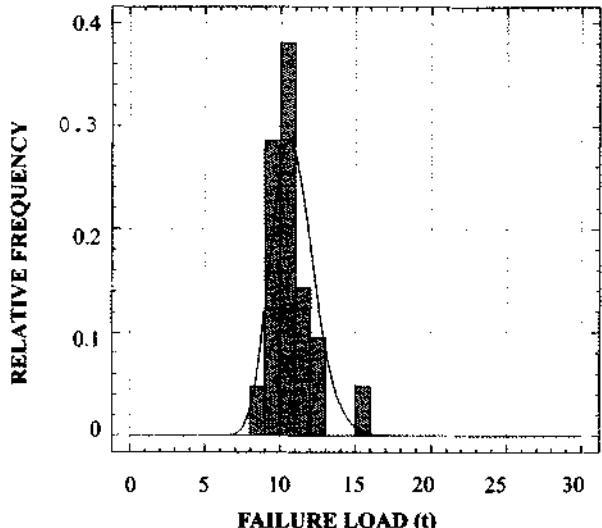
Κύριο αντικείμενο της μαθηματικής επεξεργασίας που ακολουθεί αποτελεί η μαθηματική διατύπωση του αντιμετωπίζομενου προβλήματος. Τούτο συνίσταται από την συστηματική εκτίμηση του ποσοστού εμφανίσεων αστοχιών ή καταστάσεων κατά τις οποίες το ασκούμενο σε κάθε τύπο κοχλία φορτίο



**ΣΧΗΜΑ 8:** Κατανομή σχετικής συχνότητας τιμών αντοχής για κοχλίες αναπτυσσομένου κελύφους και μοντέλο κατανομής WEIBULL.

**FIGURE 8:** Relative probability distribution of expansion shell rockbolt strengths and simulated WEIBULL model.

υπερβαίνει την αντοχή του. Τα φυσικά μεγέθη του φορτίου και της αντοχής του συστήματος κοχλίωσης που υπεισέρχονται στην ανάλυση είναι αυτονόητο διότι δεν έχουν αιτιοχρατικό χαρακτήρα, υπό την έννοια ότι υπακούουν σταθερά και αμεταβλήτα σε κάποιο απόλυτο φυσικό νόμο ή σε κάποιους περιορισμούς καθώς επίσης δεν χαρακτηρίζονται από οποιαδήποτε συναρτησιακή εξάρτηση μεταξύ τους. Πρόκειται για ανεξάρτητα μεγέθη, η μεταβολή των τιμών των οποίων δεν είναι δυνατόν να προβλέπεται πάντα με ικανοποιητική αξιοπιστία. Αυτός άλλωστε είναι και ο σκοπός των εκτελούμενων επί τόπου μετρήσεων των εν λόγω φυσικών μεγεθών, δηλαδή η συστηματική εκτίμηση των τυχαίων των μετρήσεων και της στατιστικής τους μεταβλητότητας. Ως εκ τούτου, δικαιολογείται απολύτως η αντιμετώπιση των



**ΣΧΗΜΑ 9:** Κατανομή σχετικής συχνότητας τιμών αντοχής για κοχλίες swellex και μοντέλο λογαριθμοκανονικής κατανομής.

**FIGURE 9:** Relative probability distribution of swellex rockbolt strengths and simulated Lognormal distribution model.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 1:** Επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας για τους ελέγχους των στατιστικών υποθέσεων.  
**TABLE 1:** Significance levels for the statistic hypothesis testings.

ΚΑΤΑΝΟΜΗ	A	B	Γ	Δ
X <sup>2</sup>	0,03349088	0,155033	0,212604	0,003689
ERLANG	0,399059	0,990115	0,579962	0,467434
ΕΚΘΕΤΙΚΗ	0,000007128	0,000749	0,00002434	0,0000034
Γ	0,406288	0,990302	0,57999	0,465599
ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΚ.	0,27522	0,985679	0,488863	0,522712
ΚΑΝΟΝΙΚΗ	0,666256	0,939735	0,805877	0,403268
WEIBULL	0,950872	0,806427	0,834408	0,33325

εν λόγω φυσικών μεγεθών, ως τυχαίων μεταβλητών (τ.μ.), όπου X η τ.μ. για το ασκούμενο στους κοχλίες φορτίο εκ του πετρώματος και Ψ η τ.μ. για την αντοχή του συστήματος κοχλίωσης. Αστοχία συμβαίνει όταν ισχύει  $X > \Psi$ . Συνεπώς, η μελέτη του προβλήματος εστιάζεται στην πιθανοθεωρητική διερεύνηση του ενδεχομένου  $\{X > \Psi\}$ . Πρέπει να σημειωθεί ότι, η πρωτότυπη διερεύνηση που ακολουθεί, εξασφαλίζει τις φυσικές νομοτέλειες του προβλήματος, οι οποίες συνίστανται από τους ακόλουθους παράγοντες:

- i) Τυχαίος (στοχαστικός) χαρακτήρας των αντιμετωπιζόμενων φυσικών μεγεθών.
- ii) Θετικότητα των τιμών των φυσικών μεγεθών.
- iii) Ανεξάρτησία των φυσικών μεγεθών.

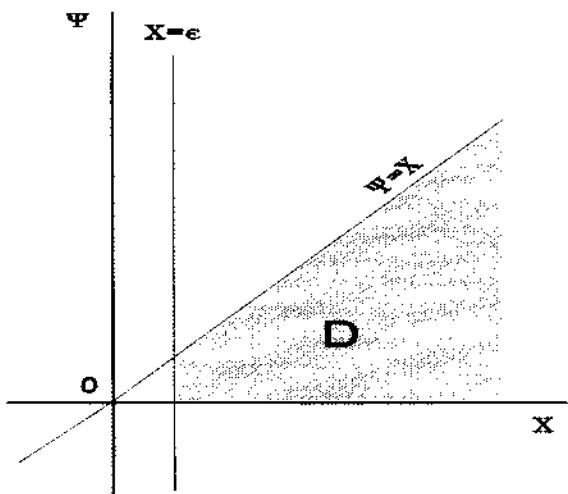
Επιπροσθέτως, η ακόλουθη μαθηματική τυποποίηση δεν υφίσταται περιορισμούς για το είδος των χρησιμοποιούμενων κατανομών, επιτρέποντας τη χρήση των εκάστοτε κατάλληλων στατιστικών κατανομών, οι οποίες θα προκύψουν από τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων, που βεβαίως θα διαφοροποιούνται είτε ανάλογα με τις συνθήκες του υπογείου τεχνικού ή μεταλλευτικού έργου είτε ανάλογα με τα τεχνολογικά χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου συστήματος κοχλίωσης. Έστω ζεύγος  $(X, \Psi)$  τυχαίων μεταβλητών με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_{x,\psi}(x,\psi)$ , όπου  $(x,\psi)R^2$  (γενικά). Στην ειδική περίπτωση όπου οι τυχαίες μεταβλητές  $X, \Psi$  είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, ισχύει :

$$f_{x,\psi}(x,\psi) = f_x(x) \cdot f_\psi(\psi) \quad (1)$$

Έστω  $X, \Psi$  οι τυχαίες μεταβλητές που εκφράζουν το φορτίο και την αντοχή του υπό μελέτη συστήματος κοχλίωσης αντίστοιχα. Αναζητείται η πιθανότητα αστοχίας, δηλαδή η πιθανότητα η τιμή του φορτίου που καλούνται να αναλάβουν οι κοχλίες να υπερ-

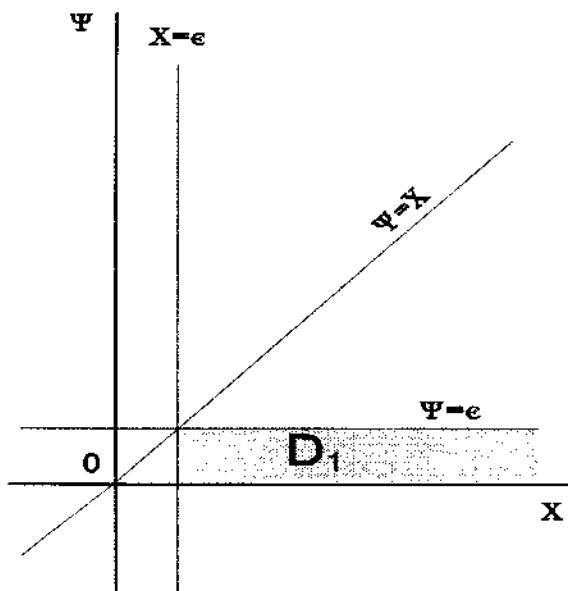
βαίνει την αντίστοιχη τιμή της αντοχής τους. Πιο συγκεκριμένα, διερευνάται η τιμή της  $P(X > Y)$  (φροτίο > αντοχή) ή  $P(X > \Psi)$  (ABRAMOWITZ, 1968). Στο Σχήμα 10, παρουσιάζεται στο επίπεδο χψ το πολλαπλό ολοκλήρωμα (π.ο.) της  $f_{x\psi}(x, \psi)$ . Γνωρίζουμε ότι  $X > \epsilon$ , ενώ  $\Psi > 0$ . Συνεπώς, το π.ο. της  $f_{x\psi}(x, \psi)$  είναι το γραμμοσκιασμένο χωρίο  $D$ . Επομένως, για  $D = \{(\chi, \psi) \in R^2 : \chi > 0, \psi > 0, \chi > \psi\}$ , θα ισχύει η εξίσωση:

$$P(X > \Psi) = \iint_D f_{x\psi}(\chi, \psi) d\chi d\psi \quad (2)$$



ΣΧΗΜΑ 10: Σχηματική παρουσίαση της συνθήκης  $P(X > Y)$  στο επίπεδο XY.

FIGURE 10: Schematic presentation of condition  $P(X > Y)$  in level XY.



ΣΧΗΜΑ 11: Σχηματική παρουσίαση του χωρίου  $D_1$ .

FIGURE 11: Schematic presentation of section  $D_1$ .

Η (2) αποτελεί και το γενικό τόπο υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας για οποιεσδήποτε δοθείσες  $f_x, f_\psi$ . Η τελική ολοκληρωτική σχέση δεν είναι αναγκαίο να παρέχει το αποτέλεσμα σε κλειστή μορφή (closed form), δηλαδή με αναλυτικό υπολογισμό των επιμέρους απλών ολοκληρωμάτων. Με χρήση κατάλληλων αριθμητικών τεχνικών απλής και διπλής ολοκλήρωσης εξάγεται το αποτέλεσμα με ελεγχόμενη ακρίβεια, που συνοδεύεται από τιμή σφάλματος μικρότερη του  $10^{-7}$ . Οι μορφές των  $f_x(\chi)$  και  $f_\psi(\psi)$  εξαρτώνται βεβαίως από τις μετρήσεις των μεγεθών X και Ψ και προκύπτουν από δοκιμές παλινδρόμησης των γνωστών θεωρητικών στατιστικών μοντέλων επί των συχνοτήτων των μετρήσεων ή επί των αθροιστικών συχνοτήτων υπέρβασης.

Για το χωρίο  $D$  όπως φαίνεται και στα Σχήματα 10 και 11, ισχύει :

$$P(X > \Psi) = \iint_D f_x(\chi) f_\psi(\psi) d\chi d\psi$$

$$D = D_1 \cup D_2 \text{ και } D_1 \cap D_2 = \emptyset$$

Συνεπώς, η εξίσωση (2) τροποποιείται ως εξής:

$$P(X > \Psi) = \left( \iint_{D_1} + \iint_{D_2} \right) f_{x\psi}(\chi, \psi) d\chi d\psi \quad (3)$$

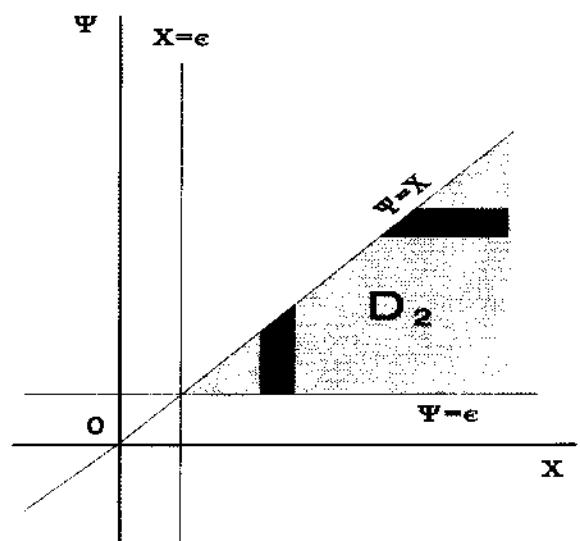
Από τις εξισώσεις (1) και (3) προκύπτει ότι:

$$P(X > \Psi) = \iint_{D_1} f_{x\psi}(\chi, \psi) d\chi d\psi + \iint_{D_2} f_{x\psi}(\chi, \psi) d\chi d\psi =$$

$$= \left( \int_{\epsilon}^{+\infty} f_x(\chi) d\chi \cdot \int_0^{\epsilon} f_\psi(\psi) d\psi \right) + \left( \int_{\epsilon}^{+\infty} f_x(\chi) d\chi \left[ \int_{\epsilon}^{\chi} f_\psi(\psi) d\psi \right] \right) \quad (4)$$

$$= \left( \int_{\epsilon}^{+\infty} f_x(\chi) d\chi \cdot \int_0^{\epsilon} f_\psi(\psi) d\psi \right) + \int_{\epsilon}^{+\infty} f_\psi(\psi) d\psi \left[ \int_{\epsilon}^{\Psi} f_x(\chi) d\chi \right] \quad (5)$$

Ο πρώτος όρος των σχέσεων (4) και (5) υπολο-



ΣΧΗΜΑ 12: Σχηματική παρουσίαση του χωρίου  $D_2$ .

FIGURE 12: Schematic presentation of section  $D_2$ .

γίζεται απ' ευθείας. Ο δεύτερος όρος των ανωτέρω σχέσεων υπολογίζεται εμμέσως με τη χρήση ειδικών μετασχηματισμών (GRADSTEYN, 1965). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η τυχαία μεταβλητή  $X$  που παριστάνεται το φροτίο, είναι δυνατό να προσομοιωθεί με τη μετατοπισμένη εκθετική κατανομή ή την κατανομή Weibull. Αναλυτικότερα, εξάγεται ότι:

$$X \approx f_X(\chi) = u \cdot e^{-u(\chi-\varepsilon)}, \quad \chi > \varepsilon \quad (6.1)$$

$$X \approx f_X(\chi) = a \cdot b \cdot \chi^{(b-1)} \cdot e^{-ax^b}, \quad \chi > 0 \quad (6.2)$$

Η τυχαία μεταβλητή  $\Psi$  που παριστάνεται την αντοχή του συστήματος κοχλίωσης, είναι δυνατό να προσομοιωθεί είτε με τη γ-κατανομή, είτε με την κατανομή Weibull, είτε τέλος με τη λογαριθμοκανονική κατανομή. Αναλυτικότερα, ισχύει:

$$\Psi \approx f_\Psi(\psi) = \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} \cdot \psi^{v-1} \cdot e^{-\beta\psi}, \quad \psi > 0 \quad (7.1)$$

$$\Psi \approx f_\Psi(\psi) = a \cdot b \cdot \psi^{b-1} \cdot e^{-ax^b}, \quad \psi > 0 \quad (7.2)$$

$$\Psi \approx f_\Psi(\psi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \psi} \cdot e^{-\frac{(\ln\psi - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \psi > 0 \quad (7.3)$$

Με χρήση των σχέσεων (6.1) και (7.1, 7.2, 7.3) για τον πρώτο όρο έχουμε:

$$\int_{\varepsilon}^{+\infty} f_X(\chi) d\chi = \int_{\varepsilon}^{+\infty} u \cdot e^{-u(\chi-\varepsilon)} d\chi,$$

οπου για  $z=u(\chi-\varepsilon)$  και  $dz=u \cdot dx$ , εχουμε

$$\int_{\varepsilon}^{+\infty} u \cdot e^{-u(\chi-\varepsilon)} d\chi = \int_0^{+\infty} u \cdot e^{-z} \frac{dz}{u} = \int_0^{+\infty} e^{-z} dz =$$

$$= -(e^{-z}) \Big|_0^{+\infty} = -(0-1) = 1 \quad (8)$$

Για τη γ-κατανομή ισχύει:

$$\int_0^{\varepsilon} f_\Psi(\psi) d\psi = \int_0^{\varepsilon} \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} e^{-\beta\psi} \psi^{v-1} d\psi,$$

οπου για  $z=\beta\psi$  και  $dz=\beta d\psi$ , θα εχουμε

$$\int_0^{\beta\varepsilon} \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} e^{-z} \frac{z^{(v-1)}}{\beta^{v-1}} \frac{dz}{\beta} = \frac{1}{\Gamma(v)} \int_0^{\beta\varepsilon} e^{-z} z^{v-1} dz =$$

$$= \frac{\gamma(v, \beta\varepsilon)}{\Gamma(v)} \quad (9.1)$$

όπου,  $\gamma(v, \tau) = \int_0^{\tau} e^{-z} \cdot z^{v-1} \cdot dz$  (ατελής συνάρτηση γ πρώτου είδους)

Για την κατανομή Weibull ισχύει:

$$\int_0^{\varepsilon} f_\Psi(\psi) d\psi = \int_0^{\varepsilon} ab\psi^{b-1} e^{-ax^b} d\psi, \text{ οπου για } z=a\psi^b,$$

θα έχουμε

$$\int_0^{a\varepsilon^b} ab\psi^{b-1} e^{-z} \frac{d\psi}{dz} dz$$

όμως,  $\frac{d\psi}{dz} = \left( \frac{dz}{d\psi} \right)^{-1} = \frac{1}{ab \cdot \psi^{b-1}}$ , και συνεπώς το ολοκληρωμα θα γίνει

$$\int_0^{a\varepsilon^b} e^{-z} dz = -e^{-z} \Big|_0^{a\varepsilon^b} = -(e^{-a\varepsilon^b} - 1) = 1 - e^{-a\varepsilon^b} \quad (9.2)$$

Για την περίπτωση της λογαριθμοκανονικής κατανομής ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\int_0^{\varepsilon} f_\Psi(\psi) d\psi = \int_0^{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \psi} \cdot e^{-\frac{(\ln\psi - \mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot d\psi$$

όπου, θέτοντας  $z = \frac{\ln\psi - \mu}{\sigma}$ , θα έχουμε

$$dz = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot d\psi \Rightarrow d\psi = \sigma\psi \cdot dz$$

ομως  $\lim_{\chi \rightarrow 0} (\ln\chi) = -\infty$ ,

$$\text{συνεπώς} \int_{-\infty}^{\ln\varepsilon-\mu} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma\psi} \cdot \sigma\psi \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz =$$

$$= \int_{-\infty}^{\ln\varepsilon-\mu} \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz = \Phi\left(\frac{\ln\varepsilon-\mu}{\sigma}\right) \quad (9.3)$$

Συνεπώς, από τις (8) και (9.1, 9.2, 9.3) προκύπτει ο πρώτος όρος των (4) και (5). Για τον υπολογισμό του δευτέρου όρου θα ακολουθήσουμε τη μορφή των οριζοντίων ολοκληρώσεων (σχέση 5) που οδηγεί σε απλούστερα αποτελέσματα σε σύγκριση με αυτή των κατακορύφων ολοκληρώσεων (σχέση 4). Έτσι θα ισχύει:

$$g(\psi) = \int_{\psi}^{+\infty} f_X(\chi) d\chi = \int_{\psi}^{+\infty} u \cdot e^{-u(\chi-\varepsilon)} dx,$$

οπου για  $z = u(\chi-\varepsilon)$  εχουμε

$$\int_{u(\psi-\varepsilon)}^{+\infty} e^{-z} dz = -e^{-z} \Big|_{u(\psi-\varepsilon)}^{+\infty} = -(0 - e^{-u(\psi-\varepsilon)}) = e^{-u(\psi-\varepsilon)} =$$

$$= e^{u\varepsilon} e^{-u\psi} \quad (10)$$

Επομένως, υπολογίζονται τα ολοκληρώματα της μορφής :

$$\int_{\varepsilon}^{+\infty} f_\Psi(\psi) g(\psi) d\psi$$

όπου,  $f_\Psi(\psi)$  ακολουθεί είτε κατανομή γ, είτε Weibull, είτε λογαριθμοκανονική και

$$g(\psi) = e^{u\varepsilon} e^{-u\psi}.$$

Για την περίπτωση της γ-κατανομής ισχύει :

$$f_\Psi(\psi) = \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} \cdot \psi^{v-1} \cdot e^{-\beta\psi}, \quad \psi > 0$$

και θέτοντας  $z=(u+\beta)\psi$ , προκύπτει:

$$\int_{\varepsilon}^{+\infty} \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} \psi^{v-1} e^{-\beta\psi} e^{-u\psi} e^{ut} e^{u\beta\psi} d\psi = \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} e^{ut} \int_{\varepsilon}^{+\infty} \psi^{v-1} e^{-(u+\beta)\psi} d\psi$$

$$= \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} e^{ut} \int_{(u+\beta)\varepsilon}^{+\infty} \frac{z^{v-1}}{(u+\beta)^{v-1}} e^{-z} \frac{1}{u+\beta} dz =$$

$$= \left( \frac{\beta}{\beta+u} \right)^v e^{uv} \frac{1}{\Gamma(v)} \int_{(u+\beta)e}^{+\infty} e^{-z} z^{v-1} dz = \\ = e^{uv} \left( \frac{\beta}{u+\beta} \right)^v \frac{\Gamma[v, (u+\beta)e]}{\Gamma(v)} \quad (11.1)$$

Για την περίπτωση της κατανομής Weibull ισχύει:

$$\Psi \approx f_\psi(\psi) = a \cdot b \cdot \psi^{b-1} \cdot e^{-a\psi^b}, \quad \psi > 0 \quad (7.2)$$

και προκύπτει το ολοκλήρωμα:

$$\int_e^{+\infty} a \cdot b \cdot \psi^{b-1} \cdot e^{-a\psi^b} \cdot e^{-u(\psi-e)} d\psi \quad (11.2)$$

Για την περίπτωση της λογαριθμοκανονικής κατανομής ισχύει :

$$\Psi \approx f_\psi(\psi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \psi} \cdot e^{\frac{-(\ln\psi - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \psi > 0 \quad (7.3)$$

και προκύπτει αντίστοιχα το ολοκλήρωμα:

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \psi} \cdot e^{\frac{-(\ln\psi - \mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{-u(\psi-e)} d\psi \quad (11.3)$$

Συνεπώς, στην περίπτωση που το φρετό ακολουθεί τη μετατοπισμένη εκθετική κατανομή, η πιθανότητα αισθούσας του συστήματος κοχλίωσης δίνεται από τη γενική σχέση:

$$P = (8) \cdot (9.1 - 9.2 - 9.3) + (11.1 - 11.2 - 11.3)$$

Για την περίπτωση που το φρετό ακολουθεί την κατανομή Weibull προκύπτει:

$$f_X(\chi) = \tilde{a} \tilde{b} \chi^{\tilde{b}-1} e^{-\tilde{a}\chi^{\tilde{b}}} \quad (12)$$

Επομένως, ισχύει:

$$P(X > \Psi) = \int_0^{+\infty} [ \int_\psi^{+\infty} f_X(\chi) d\chi ] f_\psi(\psi) d\psi \quad (13)$$

Για τον υπολογισμό του εσωτερικού ολοκληρώματος και με τη χρήση του κατάλληλου μετασχηματισμού:

$$z = \tilde{a} \chi^{\tilde{b}} \text{ και } \frac{dz}{d\chi} = \tilde{a} \tilde{b} \chi^{\tilde{b}-1}$$

ισχύει:

$$\begin{aligned} \int_\psi^{+\infty} f_X(\chi) d\chi &= \int_\psi^{+\infty} \tilde{a} \tilde{b} \chi^{\tilde{b}-1} e^{-\tilde{a}\chi^{\tilde{b}}} d\chi = \\ &= \int_{\tilde{a}\psi}^{+\infty} \tilde{a} \tilde{b} \chi^{\tilde{b}-1} e^{-z} \frac{dz}{dz} dz = \int_{\tilde{a}\psi}^{+\infty} \tilde{a} \tilde{b} \chi^{\tilde{b}-1} e^{-z} \frac{1}{\tilde{a} \tilde{b} \chi^{\tilde{b}-1}} dz = \\ &= \int_{\tilde{a}\psi}^{+\infty} e^{-z} dz = e^{-\tilde{a}\psi^{\tilde{b}}} \end{aligned}$$

Επομένως, για την περίπτωση που τόσο το φρετό σοσ και η αντοχή ακολουθούν την κατανομή Weibull, ισχύει:

$$\int_0^{+\infty} ab \psi^{b-1} e^{-a\psi^b} e^{-\tilde{a}\psi^{\tilde{b}}} d\psi = \int_0^{+\infty} ab \psi^{b-1} e^{-(a\psi^b + \tilde{a}\psi^{\tilde{b}})} d\psi \quad (14)$$

Για την περίπτωση που η αντοχή του συστήματος κοχλίωσης ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατα-

νομή ισχύει:

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\psi} e^{\frac{-(\ln\psi - \mu)^2}{2\sigma^2}} e^{-\tilde{a}\psi^{\tilde{b}}} d\psi &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\psi} \sigma\psi e^{\frac{-(z^2)}{2}} e^{-\tilde{a}e^{\tilde{b}z/\sigma^2}} dz = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} e^{-\tilde{a}e^{\tilde{b}z/\sigma^2}} dz \quad (15) \end{aligned}$$

Για την περίπτωση που η αντοχή του συστήματος κοχλίωσης ακολουθεί τη γ-κατανομή ισχύει:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} e^{-\beta\psi} \psi^{v-1} e^{-\tilde{a}\psi^{\tilde{b}}} d\psi \quad (16)$$

Με βάση την προηγούμενη ανάλυση ολοκληρωτικού λογισμού, καθίσταται δυνατός ο αναλυτικός υπολογισμός των μαθηματικών σχέσεων που εφφαίδουν την αξιοπιστία για δόλους τους δυνατούς συνδυασμούς κατανομών αισκούμενου φρετού και συστήματος κοχλίωσης, υπό τις επικρατούσες επί τόπου συνθήκες κατά τη φάση εκτέλεσης της εν λόγω έρευνας. Η σπουδαιότητα της εν λόγω ανάλυσης, εκτός από την πρωτοτυπία, που τη χαρακτηρίζει, έγκειται και στη δυνατότητα που παρέχει για τον ακριβή υπολογισμό της πιθανότητας αισθούσας των συστημάτων κοχλίωσης.

#### 4.2. Υπολογισμός της αξιοπιστίας του συστήματος

Στα επόμενα, παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα όπως αυτά προέκυψαν για τα δομικά στοιχεία του συστήματος κοχλίωσης το οποίο αντιμετωπίστηκε στα πλαίσια της έρευνας. Με βάση την παρουσιασθείσα ανάλυση, οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις των κατανομών των πειραματικών δεδομένων που προέκυψαν από τη στατιστική επεξεργασία, παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.

Οι αντίστοιχες τιμές των περιθωρίων ασφαλείας και των βαθμών φρέσκισης του εκάστοτε αντιμετωπίζομενου συνδυασμού συστήματος κοχλίωσης και αισκούμενου φρετού, παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

Με χρήση της μεθόδου αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss - Legendre, προέκυψαν οι παρουσιάζόμενες στον Πίνακα 4 τιμές αξιοπιστίας των υπό μελέτη συστημάτων κοχλίωσης, για τις δύο αντιμετωπίζομενες περιπτώσεις κατανομών φρετού επί των τεσσάρων τύπων κοχλιών που αφορούν στα υπόγεια βωξιτικά μεταλλεία που μελετήθηκαν.

#### 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Όσον αφορά στη διερεύνηση της αξιοπιστίας των συστημάτων κοχλίωσης, παρουσιάζονται υπό τις

εξετασθείσες συνθήκες, οι στατιστικές κατανομές των τιμών της φέρουσας ικανότητας τεσσάρων, εκ των συνηθέστερα χρησιμοποιούμενων τύπων κοχλιών, οι οποίες προέκυψαν από συστηματικές και πολυάριθμες επί τόπου δοκιμές εξόλκευσης εντός υπογείων μεταλλείων. Από πλευράς ασκούμενων εκ των οροφών φορτίων επί των κοχλιών πραγματοποιήθηκαν για πρώτη φορά εντατικές και μακρο-

χρόνιες μετρήσεις των πραγματικών επί τόπου τιμών, βάσει των οποίων εξάχθηκε και το πλέον κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο προσδιορισμού της κατανομής της πιθανότητας εμφάνισης των εν λόγω τιμών εντός των συγκεκριμένων υπογείων εκμεταλλεύσεων. Με βάση τις ευρεθείσες κατανομές των τιμών φέρουσας ικανότητας και ασκούμενον φορτίου του συστήματος κοχλιώσης και μέσω της ανα-

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2:** Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις κατανομών πειραματικών δεδομένων για τις τιμές του φορτίου οροφής και των αντοχών των συστημάτων κοχλιώσης.

TABLE 2: Mean values and standard deviations of rockbolt load and strength distributions.

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ (t)	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ (t)
<b>ΦΟΡΤΙΟ</b>	5,7801	3,2398
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Α</b>	17,1833	3,19882
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Β</b>	14,6563	2,50811
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Γ</b>	10,84	2,26256
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Δ</b>	10,8952	1,54644

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3:** Περιθώρια ασφαλείας και βαθμοί φόρτισης συνδυασμένης λειτουργίας.

TABLE 3: Safety margins and loading factors for combined consideration of load and strength distributions.

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ	ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ	ΒΑΘΜΟΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Α</b>	2,5	0,711
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Β</b>	2,16	0,790
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Γ</b>	1,28	0,81
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Δ</b>	1,425	0,902

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4:** Τιμές αξιοπιστίας κοχλιώσης για τους υπό μελέτη συνδυασμούς κατανομών φορτίου οροφής και αντοχής συστημάτων κοχλιώσης.

TABLE 4: Reliability values of load – strength interference for the rockbolting systems considered.

ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΚΟΧΛΙΩΣΗΣ ΓΙΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥΣ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΜΕΝΗ ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΟΡΟΦΗΣ	WEIBULL ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΟΡΟΦΗΣ
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Α (ΚΑΤΑΝΟΜΗ WEIBULL)</b>	0,9596	0,991
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Β (Γ-ΚΑΤΑΝΟΜΗ)</b>	0,9365	0,9811
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Γ (ΚΑΤΑΝΟΜΗ WEIBULL)</b>	0,8592	0,9075
<b>ΚΟΧΛΙΩΣΗ ΚΑΤΗΓ. Δ (ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ)</b>	0,8713	0,9275

πινγίθεισης μαθηματικής μεθόδου ολοκληρωτικού λογισμού, κατέστη δυνατή η έκφραση ακριβούς εκτίμησης περί της αξιοποιησίας ή της πιθανότητας αστοχίας του σχεδιαζόμενου ή παρακολουθούμενου συστήματος κοχλίωσης. Η αναπτυχθείσα τεχνική υπολογισμού, η οποία παρέχει γενικούς μαθηματικούς τύπους που τυγχάνουν ευρείας εφαρμογής επί πάσης φύσεως συνθηκών φόρτισης και παντός τύπου κοχλία, εδραιώνει το πρόβλημα σε νέες βάσεις, καθώς εισάγει τις έννοιες του περιθωρίου ασφαλείας και του βαθμού φόρτισης του συστήματος κοχλίωσης υπό τις συγκεκριμένες εκάστοτε συνθήκες εφαρμογής. Οι εν λόγω παραμέτροι, υπερτερούν από πλευράς εγκυρότητας του παραδοσιακού συντελεστή ασφαλείας του σχεδιασμού κοχλίωσης καθώς βασίζονται στην αναπόφευκτη στατιστική μεταβλητότητα των αντιμετωπίζομένων τιμών των ασκούμενων φορτίων και των αντοχών του συστήματος κοχλίωσης. Υπό το εν λόγω πρίσμα, είναι δυνατή η αιτιολόγηση φαινομένων κατά τα οποία ενώ το σύστημα κοχλίωσης είχε σχεδιαστεί με αποδεκτούς συντελεστές ασφαλείας εντούτοις αστόχησε εξαιτίας μη προφανών ή ασαφών αιτίων. Συνοψίζοντας τα δύο

- προεξετέθησαν, προέκυψαν τα ακόλουθα :
1. Προσδιορίστηκε η κατανομή της πιθανότητας εμφάνισης των τιμών των ασκούμενων επί των κοχλιών φορτίων οροφής στις υπόγειες βωξιτικές εκμεταλλεύσεις μετά από εκτέλεση συστημάτων μακροχρόνιων επί τόπου μετρήσεων.
  2. Προσδιορίστηκαν οι κατανομές των τιμών φέρουσας ικανότητας των τεσσάρων βασικών συστημάτων κοχλίωσης που χρησιμοποιούνται ευρύτατα στις υπόγειες βωξιτικές εκμεταλλεύσεις.
  3. Διατυπώθηκαν συγκεκριμένα οι έννοιες του περιθωρίου ασφαλείας και του βαθμού φόρτισης των συστημάτων κοχλίωσης και προσδιορίστηκαν οι ακριβείς τιμές τους υπό τις γενικές συνθήκες των υπογείων βωξιτικών εκμεταλλεύσεων.
  4. Αναπτύχθηκε μέθοδος υπολογισμού της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος κοχλίωσης βασιζόμενη στη σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ των τιμών ασκούμενου φορτίου και φέρουσας ικανότητας των συστημάτων κοχλίωσης, ενώ παράλληλα προσδιορίστηκαν οι πιθανότητες αστοχίας των τεσσάρων βασικών μελετηθέντων συστημάτων κοχλίωσης.

## BΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. ABRAMOWITZ, MILTON, STEGUN, 1968, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publishers.
2. CHECKLAND, P.B., 1990, "Systems Thinking, Systems Practice", John Wiley & Sons.
3. GHOSE, A.K. and GHOSH, C.N., 1992, "Design of Support Systems - A Methodological Support", Proc. Int. Symp. on Rock Support in Mining and Underground Construction, A.A. Balkema.
4. GRADSTEYN, I.S. and RYZHIK, I.M., 1965, "Table of Integrals, Series and Products", Academic Press.
5. HUDSON, J.A., 1992, "Rock Engineering Systems, Theory and Practice", Ellis Horwood.
6. IRESON, G.W. and COOMBS, C.F., (Ed.), 1988, "Handbook of Reliability Engineering and Management", McGraw - Hill.
7. KARINAΣ, Α.Γ., ΟΙΚΟΝΟΜΟΠΟΥΛΟΣ, Ι.Ν., ΣΟΦΙΑΝΟΣ, Α.Ι., ΚΟΡΩΝΑΚΗΣ, Ν.Ι., 1997, "Δοκιμές εξόλκευσης και προσδιορισμός φέρουσας ικανότητας κοχλιών", Πρακτικά 3ου Πανελλ. Συνεδρίου Γεωτεχνικής Μηχανικής, Τόμος ΙΙ, Πάτρα.
8. KUMAR, D., 1993, "Reliability Analysis Considering Operating Conditions in a Mine", Licentiate Thesis, Lulea Univ. of Technology, Sweden.
9. KUMAR, U., 1990, "Reliability Analysis of Load - Haul - Dump Machines", Ph.D. Thesis, Lulea Univ. of Technology, Sweden.
10. ΞΗΡΟΚΩΣΤΑΣ, Δ.Α., 1985, "Επιχειρησιακή Έρευνα, Αντικατάσταση - Συντήρηση - Αξιοποίηση", Ε.Μ.Π.
11. O'CONNOR P.D.T., 1991, "Practical Reliability Engineering", 3rd Ed., England, John Wiley & Sons.
12. ΟΙΚΟΝΟΜΟΠΟΥΛΟΣ, Ι.Ν. και ΚΟΡΩΝΑΚΗΣ, Ν.Ι., 1991, "Δοκιμές Ελέγχου και Μετρήσεις προς Διαπίστωση της Συμπεριφοράς Συστημάτων Κοχλίωσης της Οροφής", Ορυκτός Πλούτος, Νο 75.
13. ΟΙΚΟΝΟΜΟΠΟΥΛΟΣ, Ι.Ν., ΚΟΡΩΝΑΚΗΣ, Ν.Ι., ΜΑΣΤΟΡΗΣ, Ι.Γ., 1992, "Εφαρμογή και Διερεύνηση της Μεθόδου Ανάλυσης Αλληλεπιδράσεως Πετρώματος και Συστήματος Κοχλίωσης σε Υπόγειες Βωξιτικές Μεταλλευτικές Εκσαφάφες", Μεταλλειολογικά - Μεταλλουργικά Χρονικά, τόμος 2, No1.
14. PAPOULIS, A., 1991, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", McGraw-Hill.
15. THIERAUF, R.J. and GROOSE, R.A., 1970, "Decision Making Through Operations Research", John Wiley & Sons.

## EXTENDED SUMMARY

# APPLIED RELIABILITY ANALYSIS OF ROCKBOLTING SYSTEMS FOR THE SUPPORT DESIGN OF UNDERGROUND WORKS

Nikos Koronakis<sup>1</sup>, Alexandros I. Sofianos<sup>2</sup>

The analysis and design of the real action of a rockbolting system, is mainly based on the hierarchical consideration of several parameters, the majority of which is influenced either by subjective personal evaluations and assumptions, or by experimental data and in situ testing results which are connected with the problem of support design on a deterministic way. There is no doubt that the aforementioned issues contain the minimum required data set that ensures objectivity and adequacy of the design. But, are they themselves enough to specify the correctness of the support design results, given the changeable and often unpredictable conditions prevailing underground? Furthermore, there are numerous cases in the underground mining and construction engineering field, which suffered by partial or total failures, in spite of the detailed rock mechanics calculations and relative numerical modelling investigations during the design stage. The effort for the accurate determination of the actual causes of such failures is always a very difficult task since, in most cases and especially after failure has occurred, the investigation of the changeability of the values of the induced parameters is almost impossible, thus generating difficulties in making any comparison with the assumed distinguished design values. In addition, the analysis and study of the probable failure causes and conditions of a technological system are of significant importance for the design and the control of the system before and during its life cycle. Especially, in the field of underground rock engineering, which passes through an international financial abatement and is subjected to total quality demands, any scientific attempt for diminishing the probability of failure of any technological system which is included in the construction process is a must. The efficient exploitation of certain scientific tools coming from an interdisciplinary approach to the investigation of failure phenomena and reliability analysis of technological systems (statistics, probability theory, operational research, reliability engineering etc.) is a complementary and improving action which may function besides the pure deterministic criteria and methods of advanced rock mechanics. It is the authors'

belief that the comprehensive evaluation of both the deterministic as well as the stochastic approach provides a more realistic and correct methodology for the design of the rockbolting system applied in an underground project. Under the above integrated concept, the support design of an underground excavation with rockbolts is based on both the statistical variation of the values of the induced natural factors and parameters and the verified historic process of the same or similar systems in relation to the discrete failure criteria. The designer's task is to design and maintain either the product or the technological system so that the failed state is avoided. In this task, the designer faces the problems inherent in the variability of engineering or natural materials, processes and applications. The engineering target is basically deterministic and usually it is not paid sufficient attention to variability. Actual parameters are never absolute. Reliability is an aspect of engineering uncertainty. In other words, reliability is the probability that an item or a system will perform a required function without failure under stated conditions for a stated period of time. Obviously, the relationship between load and strength is important in reliability engineering. Generally, failure will occur if the load exceeds the strength of the system. The probability of failure due to the load exceeding the strength can be estimated by the rules of statistics, since both loads and strengths are themselves often variable. When it is assumed that the applied load does not exceed the inherent system strength, then the probability of failure of the system is actually decreasing but does not disappear. This is the most common practice in the design of underground structures in rock, in which representative design values of load and strength are considered and an accepted safety factor is achieved. Usually reality is quite different, since many support systems fail despite the generally accepted design sequence, thus proving the variability of the strength and the load, which are usually distributed about a mean value. This is the situation in which there is interference between load and strength distributions, which affects the pattern of failures as well as the probability of failure of the support system. In other words, if an event occurs in which the two distributions overlap, i.e. an item at the extreme low end of the strength distribution is subjected to a load at the extreme high end of it, so that the "tails" of the distribution overlap, failure will occur. There are numerous cases of underground excavations, which re-

1 Mining engineer NTUA, Geotechnical Designer, OMIKRON KAPPA CONSULTING Ltd, 10 Pentelis Av., CHALANDRI, GR 15234, [omikappa@otenet.gr](mailto:omikappa@otenet.gr)

2 Professor NTUA, Dept. of Mining and Metallurgical Engineering, Zografou Campus, [sofianos@metal.ntua.gr](mailto:sofianos@metal.ntua.gr)

main stable despite the fact that several rockbolts have failed. Moreover, it is a common fact that there are rockbolts, which have been designed by taking into account high safety factors but they still fail under much lower stress levels than expected. Last but not least, there is an absolute lack of reliable data that may determine the percentage of rockbolts installed in underground excavations, which are actually loaded and play their reinforcement role efficiently according to their design. The immediate approach for defining the reliability of a rockbolting system is quite advantageous since it is based on the real rockbolt behavior under the conditions prevailing underground but there are usually serious problems anticipated during the systematic measurements required. Such measurements refer to the validation of the bolts already failed, to the determination of the bolts

placed inside a rock wedge which has been detached from the rock mass as well as to the estimation of the already installed bolts that are actually satisfying their support role. All the above mentioned requirements induce a relatively costly and time consuming in situ measurements program which is not always applicable especially in cases of support design under new conditions. On the other hand, the statistical evaluation of the variability of the rockbolt strength and the acting loads is a more attractive alternative since it does not demand such a high quantity of data for achieving the same confidence level of the reliability estimates. Furthermore, it is mainly based on pull-out tests and stress cells measurements which are more easily performed and can be applied during both the preliminary design of a new project and during construction.

Manuscript received from:

- the authors on 1.2.06
- the Review Committee on 15.3.06

Παραλαβή εργασίας:

- αρχική από τους συγγραφείς στις 1.2.06
- τελική από την Κριτική Επιτροπή στις 15.3.06