

Ελαστοπλαστική Λύση Κλειστής Μορφής για την Κατανομή Πλαστικής Ζώνης περιμετρικά Κυκλικής Σήραγγας σε Ημίχωρο

Elastic-Plastic Closed-form Solution for Plastic Zone Formation around a Circular Tunnel in Half-space

ΜΑΣΣΙΝΑΣ, Σ.Α. Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ, Όμικρον Κάππα Μελετητική ΑΕ, Υπ. Διδάκτωρ ΕΜΠ.
ΣΑΚΕΛΛΑΡΙΟΥ, Μ.Γ. Καθηγήτριας Γεωμηχανικής & Τεχνικών Έργων, Σχολή Αγρονόμων-Τοπογράφων ΕΜΠ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: Η παρουσίαση λύσης κλειστής μορφής για το πρόβλημα της κατανομής της πλαστικής ζώνης και των τάσεων περιμετρικά μιάς κυκλικής σήραγγας σε ελαστικό πλήρως πλαστικό ημίχωρο, σε διπολικό σύστημα συντεταγμένων, καθώς και η εφαρμογή της λύσης σε πρακτικά παραδείγματα, αποτελούν τον κύριο στόχο της παρούσας εργασίας. Θεωρώντας ομοιόμορφο φορτίο επιφανείας, το σύνολο του ημιχώρου βρίσκεται υπό θλιπτική τάση, ενώ μέσω της εσωτερικής πίεσης υποστήριξης της σήραγγας ελέγχεται η μορφή και το εύρος της πλαστικής ζώνης. Η πλαστική συμπεριφορά του ημιχώρου περιγράφεται από το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb και το έδαφος θεωρείται ομοιογενές και ισότροπο με λόγο τάσεων K_0 ίσο με τη μονάδα.

ABSTRACT: The presentation of the closed-form solution for the problem of the plastic zone and stress distribution around a circular tunnel in an elastic-plastic half space, derived using bipolar coordinates, as well as its implementation in practical examples is the main scope of this paper. By assuming a uniformly applied surface loading, the whole semi-infinite space is under uniform pressure, while the plastic zone formation around the circular tunnel is controlled by the applied internal support pressure. The plastic behavior of the half space is described by the Mohr-Coulomb yield criterion and the soil is assumed to be homogeneous and isotropic with earth pressure coefficient K_0 equal to unity.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ελάχιστες αναλυτικές λύσεις για προβλήματα σήραγγων έχουν δημοσιευθεί και όλες αφορούν στην κατανομή των τάσεων περιμετρικά κυκλικής σήραγγας, η οποία διανοίγεται σε άπειρο χώρο ή σε ημίχωρο (Mindlin, 1939; Muir Wood, 1975; Pender, 1980; Verruijt & Booker, 1996; Verruijt, 1998; Strack, 2002). Το πρόβλημα κατανομής της πλαστικής ζώνης περιμετρικά κυκλικής σήραγγας, έχει εξετασθεί από αρκετούς συγγραφείς αλλά μόνο για την περίπτωση του άπειρου χώρου (Bray, 1967a, 1967b; Kachanov, 1971; Detournay & John, 1988), ήτοι για σήραγγα που διανοίγεται σε μεγάλο βάθος. Ωστόσο, για την κατανομή των

πλαστικών τάσεων και της πλαστικής ζώνης περιμετρικά κυκλικής σήραγγας σε ημίχωρο, που φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο στην επιφάνεια (άνω όριο ημιχώρου), δεν έχει μέχρι σήμερα υπολογισθεί λύση κλειστής μορφής.

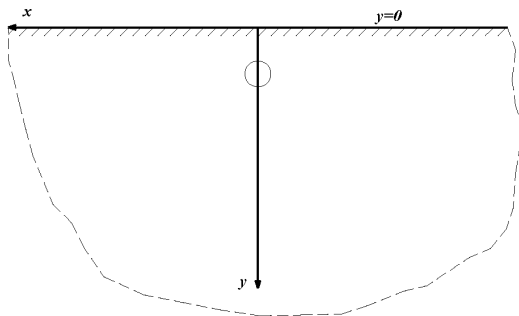
Η παρουσίαση λύσης κλειστής μορφής για το θεμελιώδες πρόβλημα κατανομής της πλαστικής ζώνης και των τάσεων σε ελαστικό πλήρως πλαστικό ημίχωρο, λόγω της διάνοιξης κυκλικής σήραγγας, σε ομοιογενές και ισότροπο έδαφος με $K_0=1.0$, αποτελεί στόχο της παρούσας εργασίας (Massinas & Sakellariou, 2009). Η παρούσα καινοτομική αναλυτική λύση, έχει ιδιαίτερα πρακτική σημασία διότι επιτρέπει την αποτελεσματική και γρήγορη εκτίμηση της συμπεριφοράς

αβαθούς σήραγγας, δεδομένου ότι υπάρχει δυνατότητα γρήγορου και ακριβούς υπολογισμού της πλαστικής ζώνης και των τάσεων στην περίμετρο της εκσκαφής. Με την εφαρμογή της αναλυτικής λύσης παρέχεται η δυνατότητα στο μελετητή για εύκολη και γρήγορη διερεύνηση της αποτελεσματικότητας εναλλακτικών μέτρων υποστήριξης.

2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

2.1 Διατύπωση του προβλήματος

Η μαθηματική διατύπωση και επίλυση του προβλήματος πραγματοποιείται για συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης σε χώρο άνω φραγμένο, ήτοι σε ημίχωρο. Η σήραγγα λαμβάνεται υπόψη ως κυκλική με ακτίνα r_i και με το κέντρο της να βρίσκεται σε βάθος d_i από τη φυσική επιφάνεια. Το άνω σύνορο του ημίχωρου, το οποίο αποτελεί και το φυσικό όριο του εδάφους, οριοθετείται από τον άξονα x ($y=0$) του ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων, με τον κατακόρυφο άξονα y να αποτελεί και άξονα συμμετρίας του προβλήματος (βλ. Σχ.1).



Σχήμα 1. Γεωμετρία προβλήματος (Massinas & Sakellariou, 2009).

Figure 1. Geometry of the problem (Massinas & Sakellariou, 2009).

Στο οριζόντιο σύνορο επιβάλλεται ομοιόμορφο εξωτερικό φορτίο P_o προκειμένου ο ημίχωρος να περιέλθει υπό ομοιόμορφη θλιπτική τάση. Ως εκ τούτου οι κατακόρυφες τάσεις ισούνται με τις οριζόντιες και ο λόγος K_o θεωρείται ίσος με τη μονάδα. Με βάση τα ανωτέρω προκύπτει ότι η επίλυση του προβλήματος της αβαθούς σήραγγας σε ημίχωρο πραγματοποιείται στην παρούσα φάση με την παραδοχή έλλειψης δράσης της βαρύτητας.

Αρχικά, πριν από τη διάνοιξη της σήραγγας, όπου ο ημίχωρος βρίσκεται υπό ομοιόμορφη θλιπτική τάση, στην περίμετρό της ασκείται

εσωτερική πίεση P_i ίση με P_o . Σε επόμενο στάδιο όπου εκκινεί η εκσκαφή της σήραγγας, η εσωτερική πίεση απομειώνεται από την αρχική της τιμή προκαλώντας ελαστική ανακατανομή των τάσεων στο έδαφος περιμετρικά της σήραγγας. Στην περίπτωση που η πίεση υποστήριξης λαμβάνει μια κρίσιμη τιμή P_{cr} , η οποία καθορίζεται από την ποιότητα του εδάφους (συνοχή και γωνία τριβής), εκκινεί το φαινόμενο της πλαστικοποίησης. Με περαιτέρω μείωση της πίεσης, η πλαστική ανακατανομή των τάσεων έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη πλαστικής ζώνης περιμετρικά της σήραγγας και τη δημιουργία ελαστοπλαστικού συνόρου.

2.2 Διπολικό σύστημα συντεταγμένων

Λαμβάνοντας υπόψη τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, επιλέχθηκε κατάλληλο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων (α, β) . Η επίλυση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε σε διπολικό σύστημα συντεταγμένων μέσω της σύμμορφης απεικόνισης

$$x + iy = i\kappa \coth \frac{\alpha + i\beta}{2} \quad (1)$$

όπου $i = \sqrt{-1}$, $\kappa =$ απόσταση του πόλου από την αρχή των αξόνων.

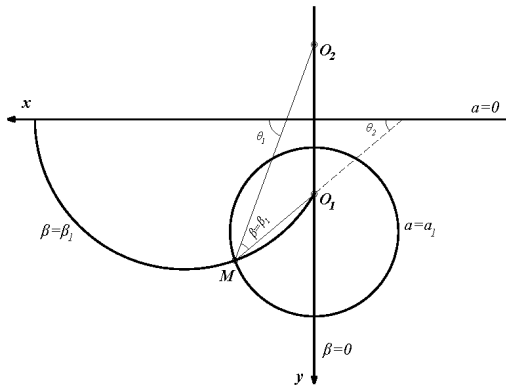
Το διπολικό σύστημα συντεταγμένων υιοθετήθηκε αρχικά από τον G. B. Jeffery (1921), ο οποίος παρουσίασε τις γενικές εξισώσεις της θεωρίας ελαστικότητας στο εν λόγω σύστημα συντεταγμένων, για την περίπτωση έλλειψης βαρύτητας. Επιλύοντας την εξίσωση (1) ως προς x, y προκύπτει

$$x = \frac{\kappa \sin \beta}{\cosh \alpha - \cos \beta} \quad (2a)$$

$$y = \frac{\kappa \sinh \alpha}{\cosh \alpha - \cos \beta} \quad (2b)$$

Η γενική μορφή του συστήματος συντεταγμένων παρουσιάζεται στο Σχ. 2. Αν οι δυο πόλοι του συστήματος είναι O_1 και O_2 με συντεταγμένες $(0, \kappa)$ και $(0, -\kappa)$ αντίστοιχα και M οποιοδήποτε σημείο στο επίπεδο με αποστάσεις (O_1M) , (O_2M) μήκους l_1, l_2 , που σχηματίζουν γωνίες θ_2, θ_1 με τον άξονα x , τότε $\alpha = \log(l_2/l_1)$ και $\beta = \theta_1 - \theta_2$.

Οι καμπύλες $\alpha=\text{const}$ αποτελούν ομάδα ομοαξονικών κύκλων που έχουν τους πόλους O_1, O_2 ως σημεία περιορισμού. Για θετικές τιμές του α οι κύκλοι βρίσκονται κάτωθεν του x άξονα (κατά τη διεύθυνση του θετικού άξονα y). Τα κέντρα των κύκλων βρίσκονται κατά μήκος του y άξονα σε απόσταση $d=k\text{coth}\alpha$ και με ακτίνα $r=k\text{csch}\alpha$. Ο ακραίος κύκλος $\alpha=0$ σχηματίζει τον x άξονα. Αυτός και ο κύκλος $\alpha=\alpha_1=\text{const}$ (θετικό) περιγράφουν τα γεωμετρικά σύνορα του προβλήματος.



Σχήμα 2. Γενική αρχή διπολικού συστήματος συντεταγμένων (Massinas & Sakellariou, 2009).

Figure 2. Principle of bipolar coordinate system (Massinas & Sakellariou, 2009).

Οι καμπύλες $\beta=\text{const}$ είναι κυκλικά τόξα διερχόμενα από τους πόλους που τέμνουν κάθετα την πρώτη ομάδα κύκλων. β είναι η γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες l_1 και l_2 . Στο δεξιό τμήμα του άξονα y το β λαμβάνει αρνητικές τιμές, ενώ στο αριστερό τμήμα θετικές. Για $\beta=0$ σχηματίζεται ο άξονας y εκτός από τμήμα (O_1O_2) όπου $\beta = \pm\pi$. Στο άπειρο $\alpha=0, \beta=0$ και στους πόλους $O_2, O_1, \alpha = -\infty$ και $+\infty$ αντίστοιχα.

Οι ακόλουθες συνιστώσες των τάσεων σε διπολικές συντεταγμένες παρουσιάστηκαν από τον Jeffery (1921)

$$\kappa\sigma_\alpha = \left\{ \begin{array}{l} (\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - \\ -\sinh \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - \\ -\sin \beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \cosh \alpha \end{array} \right\} \left(\frac{\chi}{J} \right) \quad (3a)$$

$$\kappa\sigma_\beta = \left\{ \begin{array}{l} (\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \\ -\sinh \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - \\ -\sin \beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \cos \beta \end{array} \right\} \left(\frac{\chi}{J} \right) \quad (3b)$$

$$\kappa\tau_{\alpha\beta} = -(\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \left(\frac{\chi}{J} \right) \quad (3c)$$

$$\text{όπου } J = \frac{\kappa}{\cosh \alpha - \cos \beta}$$

2.3 Διαδικασία επίλυσης

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση όπου η εσωτερική πίεση μειώνεται από την αρχική της τιμή P_o στην τιμή P_i ($P_{cr} < P_i < P_o$), προκαλώντας ελαστική ανακατανομή των τάσεων στην περίμετρο της εκσκαφής. Για τον υπολογισμό των εν λόγω ελαστικών τάσεων λήφθηκε υπόψη ή ακόλουθη τασική συνάρτηση, η οποία είχε παρουσιαστεί από τον Jeffery (1921)

$$\frac{\chi}{J} = B_o \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) + (A_1 \cosh 2\alpha + B_1 + C_1 \sinh 2\alpha) \cos \beta \quad (4)$$

Υπολογίζοντας τις σ_α και σ_β σύμφωνα με τις εξισώσεις (3a) & (3b) και εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, $\sigma_\alpha = -P_i$ για $\alpha=\alpha_i$, $\sigma_\alpha = -P_o$ για $\alpha=0$ και $\tau_{\alpha\beta}=0$ και στα δύο σύνορα, υπολογίζονται οι σταθερές B_o, A_1, C_1, B_1 . Διαφορίζοντας την εξ. (4) σύμφωνα με τις (3) υπολογίζονται τελικά οι ελαστικές τάσεις (Massinas & Sakellariou, 2009).

Με περαιτέρω μείωση της εσωτερικής πίεσης σε μια κρίσιμη τιμή P_{cr} , εκκινεί το φαινόμενο της πλαστικοποίησης στη περίμετρο της σήραγας ($\alpha=\alpha_i$) και ως εκ τούτου ικανοποιείται το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

$$\lambda\sigma_\alpha - \sigma_\beta = Y \quad (5)$$

όπου $\lambda = (1 + \sin\phi)/(1 - \sin\phi)$, $Y = 2c \cos\phi/(1 - \sin\phi)$ και c, ϕ είναι η συνοχή και η γωνία τριβής του εδαφους αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας τις ελαστικές τάσεις με το κριτήριο αστοχίας, υπολογίζεται η κρίσιμη τιμή της εσωτερικής πίεσης (Massinas & Sakellariou, 2009)

$$P_{cr} = \frac{2\kappa^2}{2(\kappa^2 + r_i^2 \sin^2 \beta) + \kappa^2(\lambda - 1)} \cdot \left\{ P_o \frac{(\kappa^2 + r_i^2 \sin^2 \beta)}{\kappa^2} - \frac{Y}{2} \right\} \quad (6)$$

όπου r_i η ακτίνα της σήραγγας.

Με περαιτέρω μείωση της εσωτερικής πίεσης $P_i < P_{cr}$, αναπτύσσεται πλαστική ζώνη περιμετρικά της σήραγγας και σχηματίζεται ελαστοπλαστικό σύνορο (α_c). Θεωρώντας ότι οι τροχιές των κυρίων τάσεων, εντός της πλαστικής ζώνης, ακολουθούν το διπολικό σύστημα συντεταγμένων (Grigoriev, 1968), προκύπτει ότι η διατμητική τάση $\tau_{\alpha\beta}$ εντός της πλαστικής ζώνης είναι μηδέν και ως εκ τούτου παραμένει σε ισχύ η εξίσωση (5). Με βάση την αρχή ισορροπίας των δυνάμεων, η οποία περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση ισορροπίας, εντός της πλαστικής ζώνης και του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb, υπολογίζονται οι κύριες ορθές πλαστικές τάσεις (Massinas & Sakellariou, 2009)

$$\sigma_{\alpha pl} = \frac{Y}{\lambda - 1} + A (\cosh \alpha - \cos \beta)^{-(\lambda - 1)} \quad (7a)$$

$$\sigma_{\beta pl} = \frac{Y}{\lambda - 1} + \lambda A (\cosh \alpha - \cos \beta)^{-(\lambda - 1)} \quad (7b)$$

Για τον υπολογισμό της σταθεράς A χρησιμοποιήθηκε η συνέχεια των τάσεων στο ελαστοπλαστικό σύνορο

$$\sigma_{\alpha el, c} = \sigma_{\alpha pl, c} = -P_c \quad (8)$$

όπου P_c είναι η κρίσιμη τιμή της πίεσης στο σύνορο που περιορίζει περαιτέρω ανάπτυξη της πλαστικής ζώνης και είναι της ίδιας μορφής με της εξίσωσης (6), αντικαθιστώντας την r_i με την ακτίνα r_c της πλαστικής ζώνης.

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (7a) & (8), υπολογίζεται η σταθερά A και ακολούθως οι κύριες ορθές πλαστικές τάσεις (Massinas & Sakellariou, 2009). Τέλος εφαρμόζοντας την $\sigma_{\alpha pl}$,

$$\sigma_{\alpha pl} = \frac{Y}{\lambda - 1} - \left(P_c + \frac{Y}{\lambda - 1} \right) \left(\frac{r}{r_c} \cdot \frac{d_c - r_c \cos \beta}{d - r \cos \beta} \right)^{\lambda - 1} \quad (9)$$

στη περίμετρο της σήραγγας, προκύπτει η σχέση που συνδέει την εσωτερική πίεση υποστήριξης και την ακτίνα της πλαστικής ζώνης (Massinas & Sakellariou, 2009)

$$\left(\frac{r_c}{r_i} \cdot \frac{d_i - r_i \cos \beta}{d_c - r_c \cos \beta} \right)^{1 - \lambda} = \frac{[2M_o + \kappa^2(\lambda - 1)] \cdot [Y + P_i(\lambda - 1)]}{2M_o [Y + P_o(\lambda - 1)]} \quad (10)$$

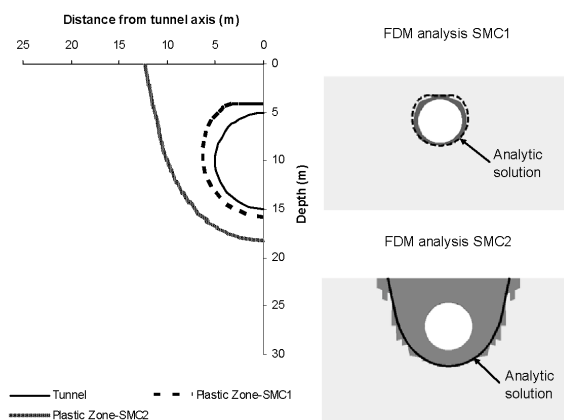
όπου $M_o = \kappa^2 + r_c^2 \sin^2 \beta$. Με εφαρμογή της εξίσωσης (10) υπολογίζεται η μορφή και το εύρος της πλαστικής ζώνης.

2.4 Επιβεβαίωση αναλυτικής λύσης (solution validation)

Με εφαρμογή του προγράμματος πεπερασμένων διαφορών FLAC διενεργήθηκαν οι αναλύσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 1, για συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. Τα αποτελέσματα των εν λόγω αναλύσεων συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα εξαγόμενα από την χρήση της αναλυτικής λύσης και όπως είναι εμφανές, η αναλυτικώς υπολογισθείσα πλαστική ζώνη συμπίπτει σχεδόν εξ' ολοκλήρου με τα αποτελέσματα των υπολογιστικών αναλύσεων (βλ. Σχ. 3).

Πίνακας 1. Παράμετροι υπολογισμών (Massinas & Sakellariou, 2009)
Table 1. Calculation parameters (Massinas & Sakellariou, 2009)

A/A	r_i , m	d_i , m	P_o , kPa	P_i , kPa	c , kPa ϕ , °
SMC1	5	10	250	50	60 25
SMC2	5	10	250	30	35 21



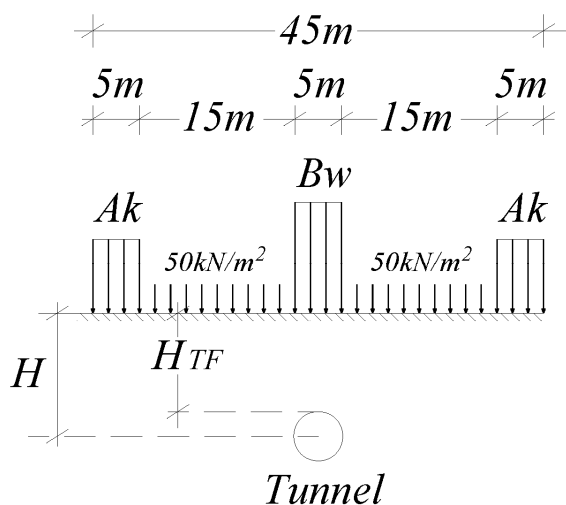
Σχήμα 3. Αποτελέσματα αναλύσεων (Massinas & Sakellariou, 2009).

Figure 3. Analysis results (Massinas & Sakellariou, 2009).

3. ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΔΙΑΝΟΙΞΗ ΣΗΡΑΓΓΑΣ ΜΕΤΡΟ ΚΑΤΩΘΕΝ ΓΕΦΥΡΑΣ

3.1 Περιγραφή προβλήματος – Γεωτεχνικές συνθήκες

Ας θεωρήσουμε ότι μια νέα γραμμή του ΜΕΤΡΟ αποτελείται από μονή σήραγγα διαμέτρου 10 m, προβλέπεται να κατασκευασθεί στην Αθήνα και σε συγκεκριμένο τμήμα της χάραξης διέρχεται 10 m κάτω από μεσόβαθρο υφιστάμενης γέφυρας. Η εν λόγω γέφυρα συνολικού μήκους 45 m, φέρει δύο ανοίγματα μήκους 15 m και πλάτους 10m έκαστο. Η θεμελίωσή της επιτυγχάνεται μέσω δύο ακροβάθρων και ενός μεσοβάθρου διαστάσεων σε κάτοψη 5 m X 10 m. Το φορτίο θεμελίωσης της εν λόγω γέφυρας είναι $B_w=300$ kPa στο μεσόβαθρο και $A_k=250$ kPa σε κάθε ακρόβαθρο. Λαμβάνοντας υπόψη τα φορτία της γέφυρας καθώς και ένα ομοιόμορφο κατανομημένο φορτίο επιφανείας 50 kPa στα τμήματα εκτός γέφυρας, για λόγους ασφαλείας (όπως προβλέπουν οι προδιαγραφές μελετών της ΑΤΤΙΚΟ ΜΕΤΡΟ για αντίστοιχα έργα), προκύπτει η κατανομή των φορτίων του Σχήματος 4.



Σχήμα 4. Κατανομή φορτίων θεμελίωσης γέφυρας.

Figure 4. Distribution of bridge's foundation load.

Η διάνοξη της σήραγγας προβλέπεται να πραγματοποιηθεί με μηχανήμα εδαφικής εξισορροπητικής πίεσης, ολομέτωπης κοπής, EPB-TBM. Η προσωρινή υποστήριξη της εκσκαφής επιτυγχάνεται με εφαρμογή πίεσης στο μέτωπο και στην περίμετρο της εκσκαφής. Για να αποφευχθεί η ανάπτυξη πλαστικής

ζώνης και κατ' επέκταση να περιοριστούν οι επιφανειακές καθιζήσεις, το υλικό που εκσκάπτεται από την κοπτική κεφαλή υποστηρίζει το μέτωπο και την περίμετρο της εκσκαφής με τη δημιουργία εδαφικού πολφού υπό πίεση.

Το έδαφος εκσκάπτεται με τη βοήθεια των κοπτικών εργαλείων της κεφαλής και εν συνεχεία πιέζεται προς το θάλαμο εκσκαφής μέσω ανοιγμάτων, τα οποία βρίσκονται και αυτά επί της κοπτικής κεφαλής. Υφίσταται ανάμειξη του εκσκαφθέντος υλικού με το ήδη υπάρχον στο θάλαμο εκσκαφής. Η πίεση των υδραυλικών κυλίνδρων μεταφέρεται μέσω του τοιχώματος διαχωρισμού στον εδαφικό πολφό, ώστε να αποφευχθεί ατυχής είσοδος εδαφικού υλικού από το μέτωπο της σήραγγας μέσα στο θάλαμο. Όταν ο εδαφικός πολφός μέσα στο θάλαμο εκσκαφής δεν μπορεί να συμπιεστεί περαιτέρω, τότε επέρχεται η ισορροπία. Η τρέχουσα πίεση στο μέτωπο της σήραγγας αντιστοιχεί στην ώθηση ηρεμίας. Μια αύξηση της πίεσης του εδαφικού πολφού οδηγεί σε ανύψωση του εδάφους μπροστά από την ασπίδα. Αντίστοιχα, μείωση της πίεσης οδηγεί σε ανάπτυξη καθιζήσεων. Κατά τη διάρκεια εκσκαφής με δεδομένη ταχύτητα, η πίεση του εδαφικού πολφού ελέγχεται αλλάζοντας την ταχύτητα περιστροφής του κοχλία μεταφοράς. Όταν το υλικό εκσκαφής εκφορτώνεται με υψηλότερο ρυθμό τότε η πίεση πέφτει. Το αντίστροφο συμβαίνει όταν ο ρυθμός εκφόρτωσης μειώνεται. Σκοπός είναι να διατηρείται η πίεση του εδαφικού πολφού σε σταθερό επίπεδο κατά τη διάρκεια εκσκαφής. Η πίεση στο θάλαμο εκσκαφής πρέπει να αντισταθμίζει την εδαφική πίεση ώστε να μην αναπτύσσονται καθιζήσεις και ανεξέλεγκτη ροή υλικού.

Η εκσκαφή της σήραγγας προβλέπεται να πραγματοποιηθεί εντός μαύρου αργιλικού Αθηναϊκού σχιστόλιθου με ενστρώσεις μεταψαμμίτη-μεταίλυόλιθου με γεωτεχνική συμπεριφορά με μεικτά χαρακτηριστικά εδάφους-βράχου (mixed rock-like & soil-like) και χαρακτηριστικά εδάφους (soil-like). Οι γεωτεχνικές παράμετροι σχεδιασμού του σχηματισμού είναι: $\gamma=23$ kN/m³, συνοχή c που κυμαίνεται από 20 έως 100 kPa (αναλόγως της γεωτεχνικής συμπεριφοράς του σχηματισμού) και γωνία τριβής $\phi=35^\circ$.

Λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω, διενεργήθηκαν κατάλληλες παραμετρικές αναλύσεις με εφαρμογή της παρούσας αναλυτικής λύσης, για να υπολογιστεί η καταρχήν απαιτούμενη μέση πίεση

υποστήριξης του μηχανήματος ολομέτωπης κοπής EPB-TBM κατά τη διέλευσή του κάτωθεν της υφιστάμενης γέφυρας, προκειμένου να περιοριστεί στο ελάχιστο το εύρος της πλαστικής ζώνης με αποτέλεσμα και τον περιορισμό των επιφανειακών καθιζήσεων.

3.2 Παρουσίαση αναλύσεων - Παραδοχές

Στις αναλύσεις που διενεργήθηκαν το αρχικό εντατικό πεδίο (αρχικές τάσεις), στο βάθος της σήραγγας (λόγω βαρύτητας), λήφθηκε υπόψη ως ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο στην επιφάνεια του ημίχωρου. Επομένως για βάθος κέντρου σήραγγας 15 m από την επιφάνεια, λήφθηκε υπόψη ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο G ίσο με $\gamma \cdot 15 \text{ m} = 345 \text{ kPa}$. Στις αναλύσεις που διενεργήθηκαν λήφθηκε υπόψη συντελεστής ουδετέρων ωθήσεων K_0 ίσος με τη μονάδα.

Διερευνήθηκαν συνολικά τρεις περιπτώσεις φόρτισης προκειμένου να εξεταστεί το μέγεθος επιρροής της γέφυρας στον υπολογισμό της απαιτούμενης μέσης πίεσης υποστήριξης. Οι εν λόγω περιπτώσεις αναλύσεων παρουσιάζονται ακολούθως.

1^η Περίπτωση:

Διενεργήθηκαν δύο αναλύσεις G1 & G2, για τις ακραίες τιμές της συνοχής c ($=100$ & 20 kPa) του Αθηναϊκού σχιστόλιθου. Στις εν λόγω αναλύσεις ελεύθερου πεδίου (Greenfield), λήφθηκε υπόψη μόνο το ίδιο βάρος του εδάφους λόγω της βαρύτητας. Επομένως $P_0 = 345 \text{ kPa}$.

2^η Περίπτωση:

Εξετάστηκε η περίπτωση επιρροής της γέφυρας. Υπολογίστηκε το ισοδύναμο φορτίο λόγω της γέφυρας και των 50 kPa (με βάση τις προδιαγραφές μελετών της ΑΤΤΙΚΟΜΕΤΡΟ) σύμφωνα με τη σχέση:

$$F_{equiv} = \frac{Ak \cdot 5m \cdot 2 + Bw \cdot 5m + 50kPa \cdot 30m}{45m} \quad (11)$$

$$= 125kPa$$

Το εν λόγω φορτίο μαζί με το ίδιο βάρος του εδάφους (λόγω της βαρύτητας) εφαρμόστηκε στην επιφάνεια του ημίχωρου. Επομένως $P_0 = 125 \text{ kPa} + 345 \text{ kPa} = 470 \text{ kPa}$.

Διενεργήθηκαν συνολικά δύο αναλύσεις E1 & E2, για τις ακραίες τιμές της συνοχής c ($=100$ & 20 kPa) του Αθηναϊκού σχιστόλιθου.

3^η Περίπτωση:

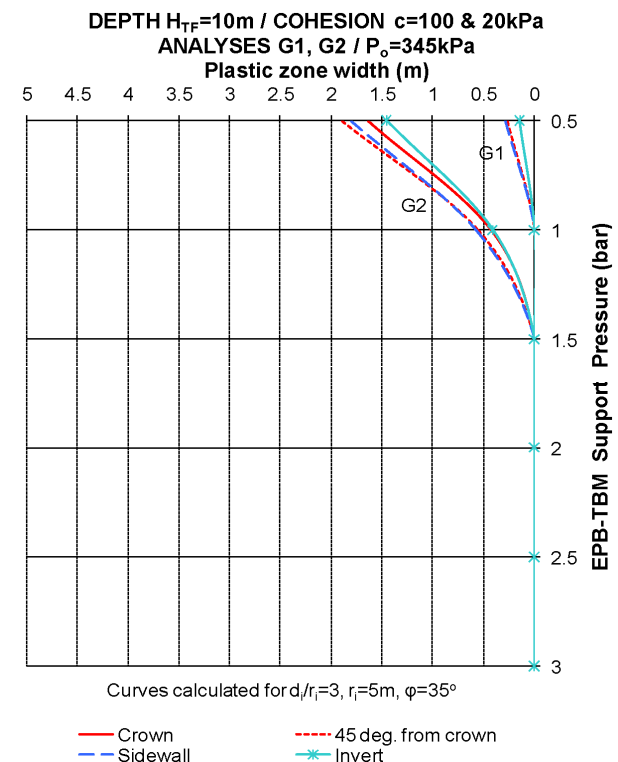
Εξετάστηκε η δυσμενέστερη περίπτωση επιρροής της γέφυρας, λαμβάνοντας υπόψη το φορτίο του μεσόβαθρου $Bw = 300 \text{ kPa}$ ομοιόμορφα κατανεμημένο στο άνω όριο του ημίχωρου. Επομένως $P_0 = 300 \text{ kPa} + 345 \text{ kPa} = 645 \text{ kPa}$.

Διενεργήθηκαν συνολικά δύο αναλύσεις B1 & B2, για τις ακραίες τιμές της συνοχής c ($=100$ & 20 kPa) του Αθηναϊκού σχιστόλιθου.

3.3 Αποτελέσματα αναλυτικών αναλύσεων

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (10), τέσσερις διαφορετικές καμπύλες κατασκευάστηκαν (για κάθε ανάλυση) οι οποίες δίδουν το εύρος της πλαστικής ζώνης, σε τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της σήραγγας (στη στέψη του θόλου, 45° από τη στέψη, στις παρειές και στον ανάστροφο πυθμένα), για διάφορες τιμές της μέσης πίεσης υποστήριξης.

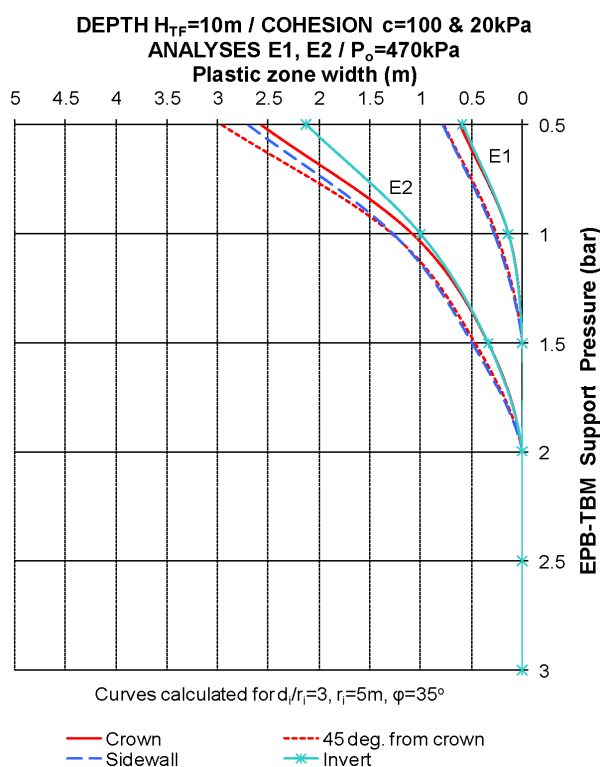
Για την πρώτη περίπτωση αναλύσεων ελεύθερου πεδίου (G1 & G2), το εύρος της πλαστικής ζώνης υπολογίστηκε και παρουσιάζεται στα σχετικά διαγράμματα του Σχήματος 5.



Σχήμα 5. Εύρος πλαστικής ζώνης για αναλύσεις G1 & G2.

Figure 5. Plastic zone width for analyses G1 & G2.

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα του Σχ. 5, στην περίπτωση διέλευσης του EPB-TBM εκτός της περιοχής επιρροής των βάθρων γέφυρας, για τη δυσμενέστερη περίπτωση του Αθηναϊκού σχιστόλιθου με χαρακτηριστικά εδάφους (soil-like) και για μέση πίεση υποστήριξης της τάξεως των 0.8 bar, το υπολογισθέν εύρος της πλαστικής ζώνης δεν υπερβαίνει το 1 m. Στην περίπτωση που ο Αθηναϊκός σχιστόλιθος εμφανίζεται με μεικτά χαρακτηριστικά εδάφους-βράχου ($c=100$ kPa), το εύρος της πλαστικής ζώνης υπολογίζεται μικρότερο του 0.5 m, για μέση πίεση υποστήριξης που δεν υπερβαίνει το 0.5 bar.

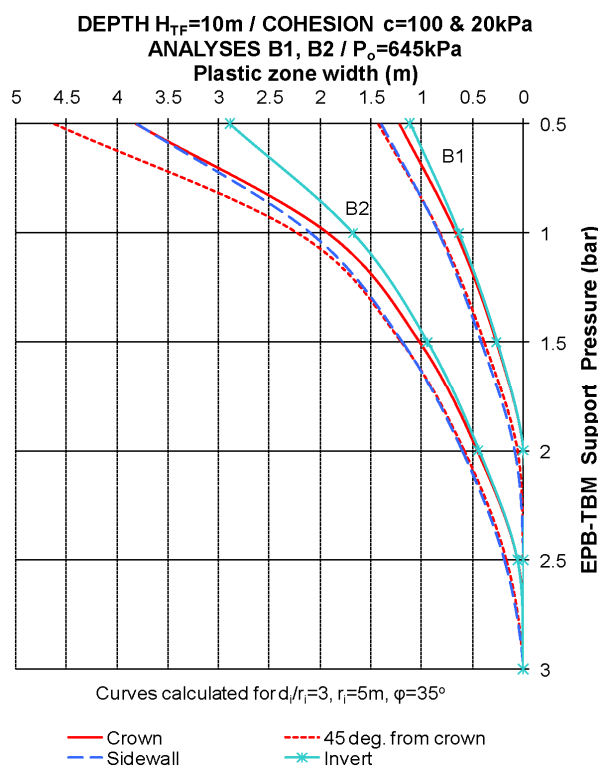


Σχήμα 6. Εύρος πλαστικής ζώνης για αναλύσεις E1 & E2.

Figure 6. Plastic zone width for analyses E1 & E2.

Για τις περιπτώσεις διέλευσης του EPB-TBM κάτωθεν της γέφυρας, όπως ήταν αναμενόμενο η απαιτούμενη μέση πίεση υποστήριξης υπολογίζεται πολύ μεγαλύτερη. Στη δεύτερη περίπτωση, όπου λήφθηκε υπόψη το ισοδύναμο φορτίο F_{equiv} στις αναλύσεις, η υπολογισθείσα μέση πίεση υποστήριξης κυμαίνεται εντός του εύρους 0.7~1.1 bar για τις ακραίες τιμές της συνοχής c του Αθηναϊκού σχιστόλιθου, όπως προκύπτει από το διάγραμμα του Σχήματος 6, με αποτέλεσμα το υπολογισθέν εύρος της

πλαστικής ζώνης να κυμαίνεται εντός του αποδεκτού εύρους 0.5~1.0m.



Σχήμα 7. Εύρος πλαστικής ζώνης για αναλύσεις B1 & B2.

Figure 7. Plastic zone width for analyses B1 & B2.

Στη δυσμενέστερη περίπτωση αναλύσεων (B1 & B2), όπου λήφθηκε υπόψη το μέγιστο φορτίο, του μεσόβαθρου της γέφυρας, η απαιτούμενη μέση πίεση υποστήριξης υπολογίζεται από 1.4 bar έως 1.6 bar, προκειμένου το εύρος της πλαστικής ζώνης να κυμαίνεται εντός του αποδεκτού εύρους 0.5~1.0m (βλ. Σχ. 7).

3.4 Συμπεράσματα

Η εκσκαφή και προσωρινή υποστήριξη κυκλικής σήραγγας METPO κάτωθεν υφιστάμενης γέφυρας, αποτελεί πρακτική εφαρμογή της αναλυτικής λύσης και εξετάστηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των αναλυτικών υπολογισμών η ύπαρξη της γέφυρας καθώς και τα γεωτεχνικά χαρακτηριστικά του Αθηναϊκού σχιστόλιθου αποτελούν τις δύο παραμέτρους που επηρεάζουν την κατασκευή της σήραγγας.

Τόσο το φορτίο της γέφυρας όσο και τα χαρακτηριστικά του Αθηναϊκού σχιστόλιθου

(μεικτά χαρακτηριστικά εδάφους-βράχου ή χαρακτηριστικά εδάφους) καθορίζουν την απαιτούμενη μέση πίεση υποστήριξης που πρέπει να εφαρμοστεί από το μηχάνημα ολομέτωπης κοπής EPB-TBM προκειμένου να περιοριστεί το εύρος της πλαστικής ζώνης περιμετρικά της εκσκαφής. Ως αποτέλεσμα, περιορίζονται οι επιφανειακές καθιζήσεις και εξασφαλίζεται η ευστάθεια της υπόγειας εκσκαφής.

Υπό το φως των ανωτέρω αναλύσεων και λαμβάνοντας υπόψη ότι τα χαρακτηριστικά του Αθηναϊκού σχιστόλιθου δεν είναι μονοσήμαντα και βέβαια, αλλά είναι δυνατόν κατά τη διάνοιξη να υπερτερεί η εδαφική φάση του σχηματισμού, προκύπτει ότι, η ασφαλής διάνοιξη της σήραγγας κάτωθεν της γέφυρας, μπορεί να πραγματοποιηθεί με εφαρμογή μέσης πίεσης υποστήριξης κυμαινόμενης εντός του εύρους 1.0~1.5 bar.

Η ανωτέρω προταθείσα μέση πίεση υποστήριξης αποτελεί μια αρχική εκτίμηση η οποία υπολογίστηκε γρήγορα και εύκολα, με εφαρμογή της αναλυτικής λύσης της παρούσας εργασίας και δίδει την πρώτη ένδειξη για το εύρος διακύμανσης της εν λόγω πίεσης. Σε επίπεδο οριστικής μελέτης, σε συνδυασμό με χρήση κατάλληλων προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων, όπου θα είναι δυνατή η ακριβέστερη προσομοίωση των φορτίων της γέφυρας αλλά και πλέον ρεαλιστική προσομοίωση του εδάφους, μπορεί να υπολογιστεί λεπτομερέστερα η μέση πίεση υποστήριξης.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί και προκύπτει από τα ανωτέρω, η παρουσιαζόμενη λύση κλειστής μορφής εκτός της επιστημονικής της αξίας (δεδομένου ότι δίδει λύση σε ένα δύσκολο θεωρητικό πρόβλημα), αποδεικνύεται πολύ σημαντικό πρακτικό «εργαλείο» για το μηχανικό, ο οποίος γρήγορα και εύκολα μπορεί μέσω παραμετρικών αναλύσεων να διερευνήσει την επιρροή γεωτεχνικών παραμέτρων του εδάφους και να έχει μία καταρχήν εκτίμηση για το εύρος τιμών της πίεσης υποστήριξης που θα απαιτηθεί για την προσωρινή υποστήριξη της εκάστοτε αβαθούς σήραγγας, πριν τη διενέργεια λεπτομερών και σύνθετων αναλύσεων με πεπερασμένα στοιχεία.

4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Bray, J. W. (1967a). "A study of joined and fractured rock. Part I. Fracture patterns and their failure characteristics". *Rock. Mech.*

- Engng Geol. Vol. 5, No. 2-3, pp. 117-136.
- Bray, J. W. (1967b). "A study of joined and fractured rock. Part II. Theory of limiting equilibrium". *Rock. Mech. Engng Geol.* Vol. 5, No. 4, pp. 197-216.
- Detournay, E. & John C. M. St (1988). "Design charts for a deep circular tunnel under non-uniform loading". *Rock. Mech. Rock Engng*, Vol. 21, No. 2, pp. 119-137.
- Grigoriev, O. D. (1968). "On plastic equilibrium of an inhomogeneous half-plane when a smooth flat punch is pressed into it". *Prikladnaya Mekhanika*, Vol. 4, No 1, pp 126-128.
- Jeffery, G. B. (1921). "Plane stress and plane strain in bipolar coordinates". *Phil. Trans. R. Soc. London. Ser. A*, 221, pp. 265-293.
- Kachanov, L. M. (1971). "Foundations of the theory of plasticity". North-Holland.
- Massinas, S. A. & Sakellariou, M. G. (2009). "Closed-form solution for plastic zone formation around a circular tunnel in half-space obeying Mohr-Coulomb criterion". *Géotechnique*, Vol. 59, No. 8, pp. 691-701 (doi:10.1680/geot.8.069).
- Mindlin, R. D. (1939). "Stress distribution around a tunnel". *ASCE Trans.* 105, pp. 1117-1140.
- Muir Wood, A. M. (1975). "The circular tunnel in elastic ground". *Géotechnique*, Vol. 25, No. 1, pp. 115-127.
- Pender, M. J. (1980). "Elastic solutions for a deep circular tunnel". *Géotechnique*, Vol. 30, No. 2, pp. 216-222.
- Strack, O. E. (2002). "Analytic solutions of elastic tunnelling problems". PhD thesis, Department of Civil Engineering and Geosciences, Delft University.
- Verruijt, A. (1998). "Deformations of an elastic half plane with a circular cavity". *Int. J. Solids Struct.* Vol. 35, No. 21, pp. 2795-2804.
- Verruijt, A. & Booker, J. R. (1996). "Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane". *Géotechnique*, Vol. 46, No. 4, pp. 753-756.